

MI – Chapitre C

Approche énergétique du mouvement d'un point

L'approche énergétique constitue une alternative puissante à l'approche dynamique (par les forces) vue dans le chapitre précédent. Elle permet souvent de résoudre plus simplement certains problèmes, notamment lorsqu'on cherche à établir des relations entre position et vitesse sans faire intervenir explicitement le temps.

L'étude des aspects énergétiques liés à un mouvement présente également un intérêt propre, notamment pour analyser les phénomènes de transfert et de conversion d'énergie au sein d'un système ou entre plusieurs systèmes (transfert et conversion d'énergie).

I - Travail et puissance d'une force

I.1 - Travail élémentaire

Considérons un point matériel M de masse m en mouvement dans un référentiel $(\mathcal{R})$ et soumis à une force $\vec{F}$.

Définition : Travail élémentaire d'une force

Le travail élémentaire de la force $\vec{F}$ lors d'un déplacement élémentaire $d\vec{\ell} = d\vec{OM}$ est le produit scalaire :

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

Remarques :

- Le travail élémentaire est une grandeur **algébrique** : elle peut être positive, négative ou nulle.
- La dimension du travail est $(\text{M L}^2 \text{T}^{-2})$, c'est une grandeur homogène à une énergie et son unité standard est le joule :

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 1 \text{ N m}$$

- En notant $\alpha = \widehat{(\vec{F}, d\vec{\ell})}$ l'angle entre la force et le déplacement, on peut également écrire

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = F d\ell \cos \alpha$$

- On écrit δW et non dW car le travail n'est pas une fonction d'état : le travail élémentaire n'est pas la variation infinitésimale d'une fonction mais un échange d'énergie au cours d'une transformation (déplacement de M à M' en mécanique), dont la valeur dépend du chemin suivi.

- Comme $d\vec{\ell} = \vec{v} dt$, on peut aussi écrire le travail élémentaire sous la forme $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v} dt$

- Le travail vérifie une propriété d'additivité : soient 2 forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ s'appliquant sur M , on a

$$\delta W(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \delta W(\vec{F}_1) + \delta W(\vec{F}_2)$$

Signe du travail élémentaire

Le signe du travail dépend de l'angle α entre $\vec{F}$ et $d\vec{\ell}$ (ou $\vec{v}$) :

I.2 - Travail d'une force sur un trajet fini

Pour un déplacement fini du point M entre deux positions A et B , on définit le travail total comme la somme (intégrale) du travail élémentaire le long du trajet suivi.

Définition : Travail d'une force

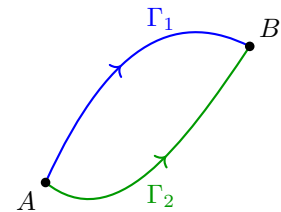
Le travail de la force $\vec{F}$ lorsque le point matériel se déplace de A à B selon la trajectoire (Γ) est



Remarques : En général, le travail dépend de la trajectoire (Γ) suivie entre A et B . Pour deux trajectoires différentes (Γ_1) et (Γ_2) , on aura a priori

$$W_{AB(\Gamma_2)}(\vec{F}) \neq W_{AB(\Gamma_1)}(\vec{F})$$

On verra plus loin que pour certaines forces particulières (forces conservatives), le travail ne dépend que des positions de A et B .



Cas d'une force constante

Si la force $\vec{F}$ est **constante** (en norme, direction et sens) sur tout le trajet de A à B , alors

Le travail d'une force constante ne dépend que des points A et B , pas de la trajectoire suivie. Une force constante est donc conservative.

I.3 - Puissance d'une force

La puissance mesure le travail fourni par unité de temps. Elle permet de quantifier la « vitesse » à laquelle une force fournit (ou absorbe) de l'énergie.

Définition : Puissance d'une force

La puissance développée par une force $\vec{F}$ à l'instant t est



Remarques :

- La dimension de la puissance est $(M L^2 T^{-3})$ et son unité est le watt :

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J s}^{-1}$$

- La puissance est également une grandeur algébrique qui peut être positive, négative ou nulle.
- On peut relier le travail et la puissance par $\delta W(\vec{F}) = \mathcal{P}(\vec{F})dt$ et donc

$$W_{AB(\Gamma)}(\vec{F}) = \int_{A(\Gamma)}^B \delta W(\vec{F}) = \int_{t_A(\Gamma)}^{t_B} \mathcal{P}(\vec{F}) dt$$

- Si la puissance est constante sur l'intervalle de temps $\Delta t = t_B - t_A$:

$$W_{AB(\Gamma)}(\vec{F}) = \mathcal{P}(\vec{F}) \cdot \Delta t \quad \text{ou} \quad \mathcal{P}(\vec{F}) = \frac{W_{AB(\Gamma)}(\vec{F})}{\Delta t}$$

I.4 - Exemples de calculs de travaux

Le poids

Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ est une force constante (pour des déplacements de faible amplitude devant le rayon terrestre).

Application : Travail du poids

Soit un point matériel de masse m se déplaçant de A (altitude z_A) à B (altitude z_B) dans le champ de pesanteur terrestre, supposé uniforme.

On choisit un axe (Oz) vertical ascendant. On a alors $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$.

Le travail du poids est :

Conclusion : Le travail du poids ne dépend que de la différence d'altitude entre les positions initiale et finale, pas de la trajectoire suivie.

- ☐ Si $z_B > z_A$ (le point monte) : $W < 0$, le travail est résistant
- ☐ Si $z_B < z_A$ (le point descend) : $W > 0$, le travail est moteur
- ☐ Si $z_B = z_A$: $W = 0$

Force perpendiculaire au mouvement

Si une force $\vec{F}$ reste toujours perpendiculaire au déplacement ($\vec{F} \perp d\vec{\ell}$), alors :

Exemples :

- La composante normale de la réaction d'un support : $\vec{N} \perp \vec{v}$;
- La tension d'un fil inextensible reliant deux points : la force est radiale alors que le mouvement est orthoradial ;
- La composante magnétique de la force de Lorentz : $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$. Par définition du produit vectoriel, $\vec{F}_m \perp \vec{v}$

La force de frottement fluide

Pour une force de frottement fluide $\vec{f} = -f\vec{u}_v$ où f est l'intensité (la norme) de la force de frottement et $\vec{u}_v$ le vecteur unitaire colinéaire à $\vec{v}$, orienté dans le même sens.

Puissance des frottements fluides

Le travail fini entre A et B est :

Conclusion : La puissance et le travail sont toujours négatifs : les frottements fluides s'opposent toujours au mouvement et dissipent de l'énergie.

La force de rappel élastique

Considérons un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . Lorsque le ressort a une longueur ℓ , il exerce sur le point matériel M auquel il est attaché une force de rappel élastique.

En repérant la position de M par son abscisse x sur un axe (Ox) orienté dans le sens d'allongement du ressort, et en notant x_0 la position de M lorsque le ressort est à vide, on a :

$$\vec{F} = -k(x - x_0)\vec{e}_x$$

Application : Travail de la force de rappel élastique

Calculons le travail de la force de rappel élastique lorsque le point se déplace de A (abscisse x_A) à B (abscisse x_B) selon l'axe (Ox) .

Conclusion : Le travail ne dépend que des positions initiale et finale (élongations du ressort), pas du chemin suivi.

La réaction du support

La réaction $\vec{R}$ du support peut de façon générale se décomposer en composante normale $\vec{N}$ et tangentielle $\vec{T}$. La composante normale étant perpendiculaire au plan de contact, et donc au mouvement, elle ne travaille pas :

$$\delta W(\vec{N}) = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{P}(\vec{N}) = 0 \quad \text{et alors} \quad \delta W(\vec{R}) = \delta W(\vec{T}) \quad \text{et} \quad \mathcal{P}(\vec{R}) = \mathcal{P}(\vec{T})$$

S'il n'y a pas de frottement ($\vec{T} = \vec{0}$) ou si on est en statique ($d\vec{\ell} = \vec{0}$), le travail est nul, on ne peut alors considérer que le cas des frottements avec glissement où

$$\vec{T} = -T\vec{u}_v \quad \text{avec} \quad T = \mu_D N$$

Puissance de la réaction du support

Conclu-

sion : La puissance est toujours négative : les frottements solides s'opposent toujours au mouvement et dissipent de l'énergie.

Exercice : Frottements sur une surface plane horizontale

Un mobile de masse m glisse sur une surface plane horizontale d'un point A à un point B séparés d'une distance d . Le coefficient de frottement dynamique entre le mobile et le support est μ_d .

1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur le mobile. Que peut-on dire des travaux du poids et de la composante normale de la réaction du support ?
2. Exprimer le travail total de la réaction du support entre A et B selon les deux trajectoires suivantes :
 - Γ_1 : trajectoire rectiligne,
 - Γ_2 : demi-cercle.

Conclure.

II - Théorème de l'énergie cinétique

II.1 - Énergie cinétique

L'énergie cinétique quantifie l'énergie que possède un système du fait de son mouvement.

Définition : Énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un point matériel M de masse m animé d'une vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel $(\mathcal{R})$ est



Remarques :

- L'énergie cinétique est toujours **positive ou nulle** : $E_c \geq 0$.
- Elle est homogène à une énergie ($\text{M L}^2 \text{T}^{-2}$) et s'exprime en joules (J).
- L'énergie cinétique dépend du référentiel d'étude (car la vitesse en dépend). On précisera donc $E_{c/\mathcal{R}}$ si nécessaire.
- En coordonnées cartésiennes :

— En coordonnées cylindriques :



— En coordonnées sphériques :



II.2 - Théorèmes de l'énergie cinétique

Le théorème de l'énergie cinétique (TEC) est un résultat fondamental de la mécanique qui relie la variation d'énergie cinétique au travail des forces extérieures. Il peut s'exprimer sous plusieurs formes différentes.

Démonstration du TEC

Soit un point matériel de masse m , soumis à un ensemble de forces extérieures de résultante $\sum_i \vec{F}_{i,\text{ext}}$, dont on étudie le mouvement dans un référentiel galiléen.

D'après le principe fondamental de la dynamique (PFD) :

Loi : Théorème de l'énergie cinétique (TEC)

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un point matériel entre deux positions A et B est égale à la somme des travaux de toutes les forces extérieures qui s'appliquent sur le système :



Remarques :

- Le TEC est une **conséquence directe du PFD**, il ne contient donc pas plus d'informations physiques que le PFD.

- Cependant, il permet souvent de résoudre plus simplement certains problèmes, notamment lorsqu'on cherche une relation entre position et vitesse **sans faire intervenir le temps**.
- Le TEC est un théorème **scalaire** (une seule équation), contrairement au PFD qui est vectoriel (trois équations en 3D).
- Le TEC n'est valable que dans un **référentiel galiléen**.

En faisant tendre B vers A , on obtient l'expression élémentaire du TEC :

Loi : Forme différentielle du TEC

Dans un référentiel galiléen :

Formulation en puissance

Loi : Théorème de la puissance cinétique

Dans un référentiel galiléen :

La forme intégrale du TEC peut être utilisée pour déterminer la valeur d'une des grandeurs associées au mouvement en un point donné de façon plus simple et directe qu'en passant par la RFD.

Application : Chute libre

Un objet de masse m est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h au-dessus du sol. On néglige les frottements de l'air.

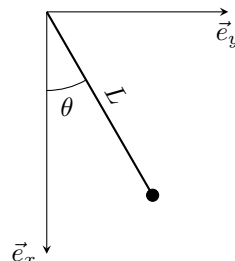
Déterminer la vitesse de l'objet lorsqu'il touche le sol. Faire l'application numérique pour $h = 10$ m.

La forme différentielle, ou le théorème de la puissance cinétique, peuvent être utilisés pour retrouver l'équation du mouvement sans passer par la RFD. Cette méthode est particulièrement adaptée au cas des mouvements à un degré de liberté (*ie* une seule des coordonnées du point M varie dans le temps).

Application : Pendule simple

On étudie le mouvement, dans un référentiel ($\mathcal{R}$) supposé galiléen d'un point matériel de masse m attaché à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur L . Le point matériel est soumis à une force de frottement fluide linéaire $\vec{f}$ de coefficient h .

On reprend le choix du repère et le bilan des forces menés au chapitre précédent



III - Énergie potentielle et forces conservatives

III.1 - Forces conservatives

Nous avons vu que le travail de certaines forces (poids, force de rappel élastique) ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement des positions initiale et finale. Ces forces particulières sont appelées forces conservatives.

Définition : Force conservative

Une force $\vec{F}$ est dite **conservative** si son travail entre deux points A et B quelconques ne dépend pas de la trajectoire suivie, mais uniquement des positions de A et B .

De manière équivalente, une force est conservative si et seulement si son travail sur tout trajet fermé est nul :



Remarques :

- Pour une force conservative, il n'est pas nécessaire de préciser la trajectoire dans l'expression du travail, on peut écrire simplement

$$W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$$

- Si une force est conservative, alors pour aller de A à B puis revenir de B à A , le travail total est nul, on écrira alors

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

Le symbole $\oint$ désigne une intégrale sur un chemin fermé (qui revient à son point de départ).

Exemples de forces conservatives :

- ☐ Le poids (dans un champ de pesanteur uniforme)
- ☐ La force de rappel élastique d'un ressort
- ☐ La force de gravitation (force en $1/r^2$)
- ☐ La force électrostatique (force de Coulomb, également en $1/r^2$)

Exemples de forces non conservatives :

- ☐ Les forces de frottement (solide ou fluide)
- ☐ Les forces de tension dans un fil ou une tige (en général)
- ☐ Toute force dont l'intensité, la direction ou le sens dépend de la vitesse

III.2 - Énergie potentielle

Travail d'une force conservative

Si une force est conservative, alors pour aller de A à B , on peut « imaginer » un chemin fictif passant par un point O quelconque et on aura

Définition : Énergie potentielle

À toute force conservative $\vec{F}$, on peut associer une fonction $E_p(M)$ appelée **énergie potentielle**, définie en tout point M de l'espace, égale au travail nécessaire pour aller de M à un point O quelconque choisi arbitrairement :

$$E_p(M) = \text{travail de } \vec{F} \text{ pour aller de } M \text{ à } O$$

Les variations d'énergie potentielle sont alors reliées au travail de la force

$$W_{AB} = E_p(B) - E_p(A)$$

ou de façon équivalente

$$W_{AB} = -\Delta E_p$$

Remarques :

- L'énergie potentielle est définie **à une constante additive près** : on peut choisir arbitrairement l'origine des énergies potentielles (le point O où $E_p(O) = 0$). Ce choix n'a aucune conséquence physique car seules les *variations* d'énergie potentielle interviennent dans les calculs.
- L'énergie potentielle est homogène à une énergie et s'exprime en joules (J).
- L'énergie potentielle ne dépend que de la *position*, pas de la vitesse.
- Le signe $-$ dans la définition est conventionnel : il fait qu'un travail moteur ($W > 0$) correspond à une diminution d'énergie potentielle ($\Delta E_p < 0$).

III.3 - Énergies potentielles usuelles

a - Énergie potentielle de pesanteur

Pour le poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$ (avec l'axe (Oz) vertical ascendant), on a vu que

$$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$$

Énergie potentielle de pesanteur

Loi : Énergie potentielle de pesanteur

où (Oz) est l'axe vertical orienté vers le haut.

Remarques :

- On choisit généralement la constante de façon à avoir $E_{pp} = 0$ au niveau du sol ($z = 0$) et ainsi

$$E_{pp}(z) = mgz$$

- Dans le cas d'un axe (Oz) vertical descendant, l'énergie potentielle de pesanteur est

$$E_{pp}(z) = -mgz + \text{cste.}$$

- Cette expression n'est valable que dans un champ de pesanteur uniforme ($\vec{g} = \overrightarrow{\text{cste}}$), c'est-à-dire pour des altitudes faibles devant le rayon terrestre.

b - Énergie potentielle élastique

Énergie potentielle élastique

Pour un ressort de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 et en notant $\vec{u}_R$ le vecteur unitaire colinéaire au ressort, orienté du ressort vers le point sur lequel s'applique la force

$$\vec{F}_R = -k(\ell - \ell_0) \vec{u}_R$$

En notant O l'extrémité fixe du ressort $\overrightarrow{OM} = \ell \vec{u}_R$

Loi : Énergie potentielle élastique

Pour un ressort de raideur k , de longueur à vide ℓ_0 , l'énergie potentielle associée à la force de rappel du ressort est



où ℓ est longueur actuelle du ressort.

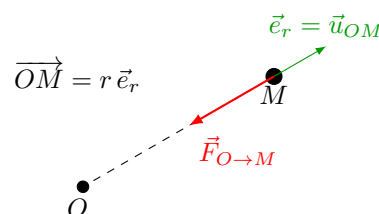
Remarques :

- On choisit systématiquement de prendre la constante nulle dans l'expression obtenue précédemment : l'énergie potentielle élastique est nulle lorsque le ressort est à sa longueur à vide ($x = x_0$).
- Que le ressort soit comprimé ($\ell < \ell_0$) ou étiré ($\ell > \ell_0$), on a toujours $E_{pe} > 0$: un ressort *stocke* toujours de l'énergie par rapport à la situation où il est au repos ($\ell = \ell_0$).

c - Énergie potentielle de gravitation

Pour la force de gravitation exercée par une masse M_0 située au point O , s'appliquant sur une masse m en M , on utilise les coordonnées sphériques de centre O et on a :

$$\vec{F} = -G \frac{mM}{OM^2} \vec{u}_{OM} = -G \frac{mM}{r^2} \vec{e}_r$$

**Travail infinitésimal**

On choisit généralement la constante de façon à avoir $E_{pg,\infty} = 0$

Loi : Énergie potentielle gravitationnelle

Pour deux objets de masses m et M_0 séparés d'une distance r ,



Remarque : L'énergie potentielle gravitationnelle est toujours négative et tend vers 0 lorsque $r \rightarrow \infty$.

d - Énergie potentielle électrostatique

Pour une charge Q en O et une charge q en M , l'interaction électrostatique est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{e,O \rightarrow M} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{OM^2} \vec{u}_{OM}$$

qui est strictement similaire à l'expression gravitationnelle entre deux masses. On peut en déduire directement

$$E_{pe}(r) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r}$$

On définit le potentiel électrique généré par une charge Q en O en un point M quelconque par

$$V(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \text{avec} \quad r = OM$$

Loi : Énergie potentielle électrostatique

Pour une charge q situé en M ,

$$E_{pe} = qV$$

Remarques :

- Cette relation permet de généraliser l'expression de l'énergie potentielle électrostatique à une distribution quelconque de charges générant un potentiel V .
- Une énergie potentielle étant définie à une constante près, on retrouve qu'un potentiel électrique est lui-même défini à une constante près.
- On peut utiliser cette expression lors d'une analyse dimensionnelle pour passer des grandeurs électriques aux grandeurs mécaniques, par exemple $1 \text{ J} = 1 \text{ C V}$.

III.4 - Relation force-énergie potentielle

Il existe une relation locale entre la force conservative et l'énergie potentielle associée.

Dérivées partielles

Lors d'un déplacement élémentaire $dE_p = -\delta W = -\vec{F} \cdot d\vec{\ell}$.
En coordonnées cartésiennes

Définition : Opérateur gradient

Pour une fonction $f(x, y, z)$, on définit le gradient de f par

$$\vec{\text{grad}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

où df est la variation de f selon le déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$.
En coordonnées cartésiennes

$$df = \vec{\text{grad}} f \cdot d\vec{\ell} = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

Remarques :

- Pour calculer $\frac{\partial f}{\partial x}$, il « suffit » de dériver classiquement par rapport à x en considérant y et z comme des constantes.
- Dans le cas d'un mouvement à un degré de liberté, par exemple rectiligne en x , on retrouve la dérivée « classique » : $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{df}{dx}$.
- Le gradient est un opérateur mathématique qui sera vu plus en détail en deuxième année. Il est parfois appelé opérateur « nabla » et noté $\vec{\nabla} f = \vec{\text{grad}} f$. Ses composantes sont homogènes entre elles et de dimension $[f] \text{ L}^{-1}$.
- Le gradient est un vecteur « dérivée », sa direction indique la direction selon laquelle f varie le plus : df est maximale si $d\vec{\ell}$ est colinéaire à $\vec{\text{grad}} f$.
- L'expression du gradient en coordonnées cylindriques et sphériques n'est pas au programme, on peut cependant la retrouver à partir de l'expression du déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$ et de la définition du gradient. Par exemple en coordonnées cylindriques :

$$df = \vec{\text{grad}} f \cdot d\vec{\ell} = \frac{\partial f}{\partial r} dr + \frac{\partial f}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

Propriété : Relation force–gradient

Une force conservative $\vec{F}$ *dérive* d'une énergie potentielle E_p selon :

$$\vec{F} = - \vec{\text{grad}} E_p$$

En coordonnées cartésiennes :

$$F_x = - \frac{\partial E_p}{\partial x}, \quad F_y = - \frac{\partial E_p}{\partial y}, \quad F_z = - \frac{\partial E_p}{\partial z}$$

Remarques :

- Cette relation montre que la force est orientée dans le sens des E_p décroissantes : un système soumis à une force conservative tend à se déplacer vers les zones de plus faible énergie potentielle.
- En une dimension (mouvement selon un axe (Ox) par exemple) : $F_x = - \frac{dE_p}{dx}$

Vérification pour le poids

Avec un axe (Oz) vertical vers le haut

Vérification pour le ressort

En prenant l'axe (Ox) colinéaire au ressort, orienté de O vers M

Énergie potentielle de la force de Lorentz

La force de Lorentz $\vec{F}_L$ peut se décomposer en partie électrique $\vec{F}_e = q\vec{E}$ et partie magnétique $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$. Nous avons vu que la partie magnétique ne travaille pas ($\delta W(\vec{F}_m) = 0$ car $\vec{F}_m \perp d\vec{\ell}$). On en déduit que l'énergie potentielle de la force de Lorentz est uniquement reliée à sa composante électrique (on peut aussi écrire $E_{pm} = 0$ en tout point).

Nous savons également que la composante électrique de la force de Lorentz représente la même force que l'interaction électrostatique, on a ainsi, pour l'énergie potentielle de Lorentz

$$E_{p,L} = E_{p,e} = qV$$

Relation champ-potentiel électrostatique

Remarque : Cette relation n'est valable qu'en *électrostatique*, elle n'est plus vraie en électromagnétisme, avec des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ variables dans le temps.

IV - Théorème de l'énergie mécanique

IV.1 - Énergie mécanique

Définition : Énergie mécanique

L'énergie mécanique d'un système est la somme de son énergie cinétique et des énergies potentielles de toutes les forces conservatives s'appliquant sur le système :



Remarques :

- L'énergie mécanique est homogène à une énergie et s'exprime en joules (J).
- Contrairement à l'énergie cinétique qui est toujours positive, l'énergie mécanique peut être positive, négative ou nulle. E_p étant définie à une constante près, il en est de même pour E_m : seules les *variations* d'énergie mécanique ont une signification physique.

IV.2 - Théorème de l'énergie mécanique

Loi : Théorème de l'énergie mécanique (TEM)

Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie mécanique d'un système est égale à la somme des travaux des forces **non conservatives** :



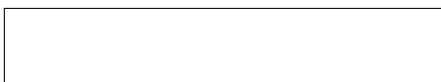
Démonstration

D'après le TEC : $\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F})$

En faisant tendre B vers A , on obtient l'expression élémentaire du TEM

Loi : Forme différentielle du TEM

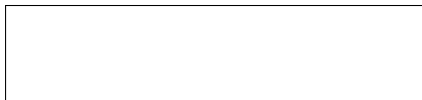
Dans un référentiel galiléen



Formulation en puissance

En dérivant le TEM par rapport au temps :

Loi : Théorème de la puissance mécanique



Conservation de l'énergie mécanique

Un cas particulièrement important est celui où toutes les forces sont conservatives.

Loi : Conservation de l'énergie mécanique

Si toutes les forces qui s'exercent sur un système sont conservatives, alors l'énergie mécanique se conserve :



Remarques :

- Un système pour lequel l'énergie mécanique reste constante est appelé système conservatif.
- Un système peut être conservatif si toutes les forces qui s'appliquent sont conservatives, mais également si les forces non conservatives ne travaillent pas (par exemple la tension du fil pour le pendule simple).
- La conservation de l'énergie mécanique est une propriété fondamentale qui simplifie considérablement la résolution de nombreux problèmes.
- Elle permet d'établir des relations entre position et vitesse sans avoir à résoudre d'équation différentielle.
- En présence de forces non conservatives (notamment les frottements), l'énergie mécanique n'est plus conservée. Elle diminue généralement au cours du temps (dissipation d'énergie).

Application : Chute libre

Un objet est lâché sans vitesse initiale depuis un point situé à une altitude h au dessus du sol. On néglige les frottements.

Déterminer la vitesse v_I au niveau de l'impact avec le sol.

Application : Pendule simple

Un pendule simple est constitué d'une masse m suspendue à un fil inextensible de longueur L et de masse négligeable. On écarte le pendule d'un angle θ_0 par rapport à la verticale et on le lâche sans vitesse initiale. On néglige les frottements.

1. Déterminer la vitesse maximale atteinte par la masse et l'angle correspondant.
2. Retrouver l'équation du mouvement à partir du théorème de la puissance mécanique.