

## MI – TD 4

# Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires

## Méthodes, compétences et savoirs-faire

### Cahier d'entraînement

Fiche d'entraînement n°13 – Champ électrique – Exercices 13.1 à 13.4

Fiche d'entraînement n°14 – Particule dans un champ électromagnétique – Exercices 14.1 à 14.2 et 14.5 à 14.11

## I - Chambre à bulles



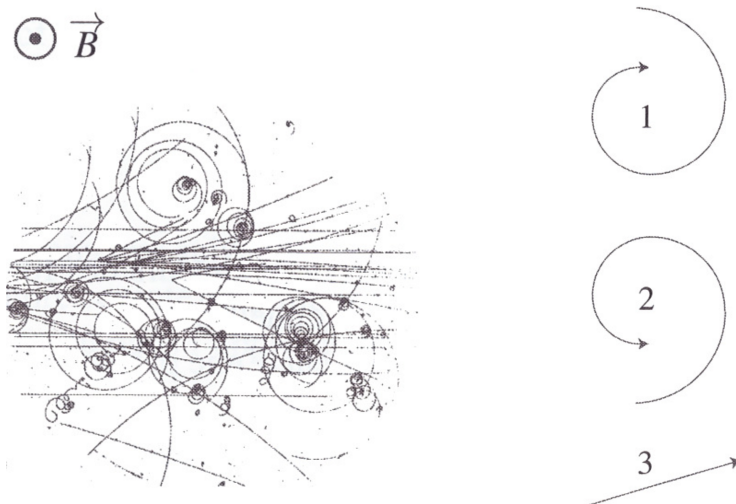
### 1. Questions de cours :

- Donner la valeur moyenne du champ magnétique terrestre.
- Justifier numériquement qu'on puisse négliger le poids par rapport à la force magnétique pour un électron se déplaçant à quelques mètres par seconde dans le référentiel terrestre.
- Démontrer que le mouvement d'une particule chargée est uniforme si la seule force qui s'applique est la force magnétique.

On s'intéresse au mouvement d'une particule supposée ponctuelle, de vitesse  $\vec{v}$ , de charge électrique  $q$  et de masse  $m$ , et qui évolue dans un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme de norme  $B$ . À l'instant initial, la particule est animée d'une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  de norme  $v_0$  et de direction orthogonale à  $\vec{B}$ . On admet que sa trajectoire est circulaire.

- Déterminer l'expression du rayon  $R$  de la trajectoire en fonction de  $v_0$ ,  $|q|$ ,  $B$  et  $m$ .
- Déterminer l'expression de la vitesse angulaire à laquelle la trajectoire est parcourue en fonction de  $|q|$ ,  $B$  et  $m$ .

Pour visualiser les trajectoires des particules chargées, les premiers détecteurs étaient des « chambres à bulles » dans lesquelles les particules (électrons, protons, neutrons, etc....) déclenchaient la formation de bulles dans un liquide et marquaient ainsi leur passage par une traînée de bulles. La figure ci-dessous représente un cliché typique de traces observées lors d'une collision à haute énergie de particules au CERN (organisation européenne pour la recherche nucléaire). Sur le côté droit, on a schématisé trois types de trajectoires observées avec leur sens de parcours.



Dans ces chambres à bulles, il règne un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$ . Par ailleurs, le passage dans le liquide conduit à une lente décélération des particules.

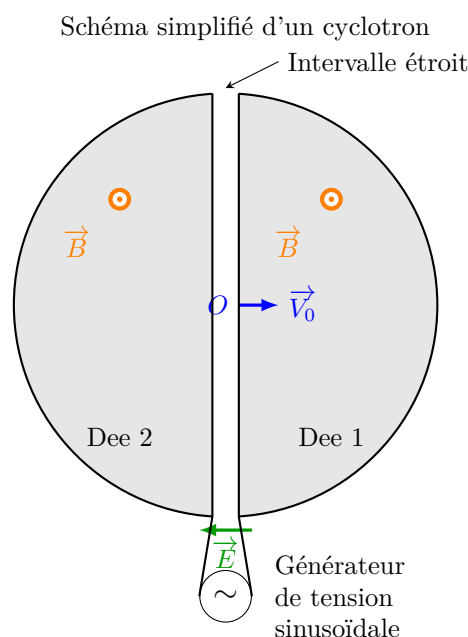
- Déterminer, en justifiant votre raisonnement, le signe des charges pour les trois types de trajectoires observées.
- Expliquer qualitativement pourquoi les trajectoires observées ne sont pas circulaires mais s'enroulent en spirale dont le rayon diminue.

## II - Cyclotron



Un cyclotron est un instrument qui sert à accélérer des particules chargées, permettant ensuite de réaliser des expériences de physique nucléaire. Dans ce problème les particules chargées sont des protons de masse  $m$  et de charge électrique  $e$ .

Le cyclotron est formé de deux demi-cylindres conducteurs creux appelés « dees » et séparés par un intervalle étroit. Un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  parallèle à l'axe des demi-cylindres règne à l'intérieur de chaque « dee ». Un champ électrique  $\vec{E}$ , variable dans le temps, peut être établi dans l'intervalle étroit qui sépare les « dees ». Il permet d'augmenter la vitesse des protons chaque fois qu'ils pénètrent dans cet intervalle. Ce champ électrique variable est obtenu en appliquant une tension sinusoïdale de valeur maximale  $U_M$  et de fréquence  $f$  entre les deux « dees ».



### 1. Mouvement dans un « dees »

Le proton entre dans le « dees » 1 avec une vitesse initiale d'injection  $v_0$  perpendiculaire à l'axe des demi-cylindres. On négligera le poids du proton devant la force magnétique.

- Donner l'expression de la force agissant sur le proton en O ; la représenter sur un schéma.
- Montrer que, tant que le proton reste dans le même « dee », la valeur de la vitesse est constante.
- Montrer que la trajectoire est circulaire de rayon :  $R_0 = \frac{mv_0}{eB}$ .
- En déduire l'expression du temps  $t$  mis par ce proton pour effectuer ce demi-tour. Ce temps dépend-il de la vitesse d'entrée du proton dans le « dees » ? Calculer la valeur de  $t$ .
- Caractériser le mouvement du proton dans le « dee ».

### 2. Mouvement dans l'intervalle entre les « dees »

Le proton, après avoir fait un demi-cercle dans un « dee », entre dans l'intervalle étroit où il est accéléré par le champ électrique considéré comme constant, d'intensité maximum et colinéaire au vecteur vitesse du proton durant son passage.

- Calculer la fréquence  $f$  de la tension alternative appliquée entre les « dees » pour que les protons subissent une accélération maximale à chaque traversée de l'intervalle. On suppose que le temps de traversée de l'intervalle est négligeable devant le temps passé dans les « dees ».
- Exprimer littéralement, puis calculer la variation d'énergie cinétique  $\Delta E_c$  du proton lorsqu'il traverse l'intervalle étroit.
- Caractériser le mouvement du proton dans cet intervalle.

### 3. Mouvement dans le cyclotron

- Préciser si le rayon de la trajectoire du proton augmente ou diminue à chaque fois qu'il traverse l'intervalle étroit (justifier la réponse).
- La vitesse d'injection du proton étant supposée pratiquement nulle, on désire que sa vitesse atteigne  $v_e = 2 \cdot 10^4 \text{ km s}^{-1}$ . Calculer le nombre de tours que le proton devra décrire dans le cyclotron.
- Calculer la valeur du rayon à partir duquel les protons ayant acquis la vitesse  $v_e$  seront extraits, en admettant qu'ils sont injectés à proximité immédiate du centre O du cyclotron.

Données :  $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ;  $B = 0,1 \text{ T}$  ;  $U_M = 2 \text{ kV}$ .

### III - Modélisation d'un oscilloscope analogique à tube cathodique ■■■□

Dans tout cet exercice le champ magnétique  $\vec{B}$  est supposé nul.

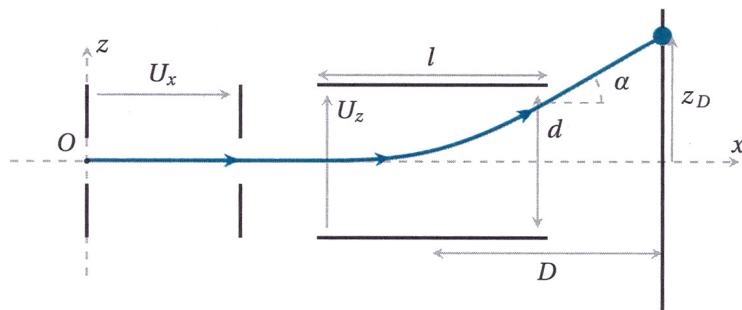


FIGURE 1.1 – Schéma de principe du dispositif étudié

#### 1. Questions préliminaires :

- Quelle est la relation entre la force électrostatique  $\vec{F}$  subie par une charge  $q$  et le champ électrique  $\vec{E}$  ?
- Quelle est la relation entre l'énergie potentielle électrostatique  $Ep$  d'une charge  $q$  et son potentiel électrique  $V$  ?
- La force électrostatique étant conservative, donner la relation entre  $\vec{F}$  et  $Ep$  dans le cas d'un problème à une dimension caractérisée par la coordonnée  $x$ .
- Déduire de ce qui précède la relation entre  $\vec{E}$  et  $V$ .

On étudie le mouvement d'une particule chargée sous l'effet d'un champ électrique « uniforme par morceaux », créé par une paire de plaques parallèles orthogonales à  $\vec{e}_z$  et par une autre paire de plaques parallèles orthogonales à  $\vec{e}_x$ . Les plaques orthogonales à  $\vec{e}_x$  sont de plus percées de deux trous sur la même droite  $z = 0$ ,  $y = 0$  (voir figure 1.1).

On admet que le champ peut être considéré comme uniforme entre chaque paire de plaques et nul partout ailleurs.

- La particule est un électron, de charge  $q = -e$  et de masse  $m$ , injecté avec une vitesse négligeable au point  $O$ . Quels doivent être les signes des tensions  $U_z$  et  $U_x$  entre les paires de plaques pour que l'électron soit :
  - accéléré par la première paire de plaques ;
  - dévié vers les  $z > 0$  par la deuxième paire.

On supposera ces conditions vérifiées par la suite.

- Déterminer le module de la vitesse de l'électron, noté  $v_0$ , quand celui-ci sort de la première paire de plaques.
- Les plaques de la deuxième paire sont distantes de  $d$ .
  - Déterminer les expressions de  $x(t)$  et  $z(t)$  quand l'électron se trouve entre les plaques de la deuxième paire et en déduire l'équation de la trajectoire. On admettra que dans cette zone de champ uniforme on a  $\vec{E} = -\frac{U_z}{d} \vec{e}_z$  et on pourra prendre l'origine des abscisses  $x$  à l'entrée de la deuxième paire de plaques.
  - Déterminer en particulier :
    - la position de l'électron quand il sort au bout d'une distance  $l$  ;
    - la direction du vecteur vitesse quand il sort au bout d'une distance  $l$  ; pour cela on pourra déterminer la pente de la tangente à la trajectoire en  $x = l$ .
  - Quelle est sa trajectoire ultérieure ? Déterminer en particulier l'ordonnée  $z_D$  du point d'impact sur un écran placé à une distance  $D$  du milieu de la deuxième paire de plaques. Les caractéristiques de la particule chargée importent-elles ?

- Ce dispositif modélise un oscilloscope à tube cathodique dans lequel une image de la tension  $U_z$  est formée sur un écran fluorescent par des impacts d'électrons. Quelle est la tension  $U_z$  mesurée à l'oscilloscope si  $U_x = 3,0 \cdot 10^3$  V et  $z_D = 1,0$  cm, pour  $D = 20$  cm,  $l = 5,0$  cm et  $d = 1,0$  cm ?