

## OS – Chapitre B

# Modèle de l'optique géométrique

## Lois de Snell-Descartes

### I - Introduction

La lumière peut-être décrite comme une onde portant un champ vectoriel électromagnétique, caractérisée par son spectre, ses fréquences, ses vitesses et ses longueurs d'onde.

Après avoir précisé quelques phénomènes liés à cette approche ondulatoire, on proposera le cadre d'un modèle permettant une étude simplifiée de nombreux phénomènes optiques : le modèle de l'optique géométrique.

#### I.1 - Indice de réfraction

##### a - Définition

L'indice de réfraction d'un milieu matériel transparent<sup>1</sup>, souvent noté  $n$ , est une caractéristique reliant la vitesse de l'onde lumineuse et sa fréquence. La qualité associée à cet indice s'appelle la *réfringence* et plus l'indice d'un milieu est élevé, plus le milieu est dit *réfringent*.

##### Définition : Indice de réfraction

L'indice de réfraction d'un milieu transparent est le rapport des célérités de la lumière dans le vide ( $c$ ) et dans le milieu matériel considéré ( $v$ ) :



D'une manière générale, l'indice varie en fonction de la température (phénomène des mirages), de la composition chimique du milieu ou des concentrations, par exemple s'il s'agit d'une solution.

##### b - Milieu dispersif

En outre, l'indice d'un milieu matériel dépend parfois de la fréquence (donc de la longueur d'onde dans le vide) : c'est le **phénomène de dispersion**. Le milieu est alors qualifié de *dispersif*. C'est ce phénomène qui est à la base de la décomposition de la lumière blanche en différentes couleurs dans les expériences avec un prisme, ou bien de l'apparition d'arc-en-ciel quand la lumière pénètre les gouttes d'eau atmosphériques. On trouvera en Annexes une manière empirique de relier l'indice en fonction de la fréquence (ou de la longueur d'onde dans le vide) de la lumière.

L'air et le vide seront toujours considérés comme non-dispersifs, c'est-à-dire avec un indice ne variant pas avec la fréquence.

##### c - Longueur d'onde dans un milieu

La fréquence  $\nu$  et la longueur d'onde  $\lambda$  dans un milieu matériel d'indice  $n$  sont reliées par :

$$\lambda = \lambda_0 / n = \frac{c}{n\nu} = v / \nu \quad \text{où } v \text{ est la célérité de la lumière dans le milieu}$$

Retenez que la fréquence est indépendante du milieu dans lequel se propage l'onde. Pour une radiation donnée, il existe donc **une seule fréquence** mais plusieurs longueurs d'onde suivant le milieu dans lequel la radiation se propage. C'est pourquoi, pour caractériser une radiation (une lumière d'une certaine couleur par exemple), on n'utilise généralement que **la longueur d'onde dans le vide et la fréquence**.

1. C'est-à-dire un milieu dans lequel l'amplitude de l'onde n'est pas atténuée.

**Exercice :**

On considère une lumière monochromatique de fréquence  $4,6 \cdot 10^{14}$  Hz.

- Quelle est la longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide ?
- À quelle couleur, pour l'œil humain, cela correspond-il ?
- Quelle est la vitesse de cette lumière dans un verre d'indice  $n = 1,56$  ?

## I.2 - Interférences

Les interférences sont un phénomène purement ondulatoire qui est caractérisé par le fait que, dans un cas général, lorsque plusieurs ondes se superposent en un point donné de l'espace, **l'intensité résultante de cette superposition n'est pas la somme des intensités des ondes**.

## I.3 - Diffraction

La diffraction est un phénomène observable pour tous les phénomènes ondulatoires, quels que soient leurs natures (ondes sonores, vagues à la surface de l'eau, signaux de téléphones portables), et qui apparaît quand l'espace de propagation d'une onde est limité ou perturbé par un obstacle. Dès que la diffraction entre en jeu, on observe un phénomène d'**étalement angulaire des directions de propagation** de l'onde.

Par exemple, une onde caractérisée avant l'obstacle par une direction de propagation unique  $\mathbf{u}_1$  a sa direction de propagation « étalée » : on dit qu'elle est *diffractionnée* dans un cône de *diffraction* (voir figure 1.1). Il n'est alors plus possible de caractériser l'onde par une direction de propagation unique après l'obstacle.

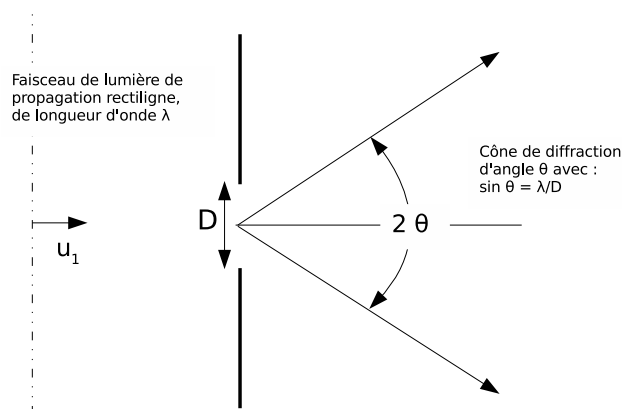


FIGURE 1.1 – Cône de diffraction, d'une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , par une ouverture de dimension  $D$ .

Tous les dispositifs pratiques imposent une limitation spatiale aux ondes, qu'il s'agisse d'ouvertures limitées (fenêtres, bas de portes, trous de serrure, lentilles, objectifs d'appareil photo) ou d'obstacles (poteau planté dans l'eau, fil dans un faisceau lumineux).

L'étalement angulaire de la direction de propagation est étroitement lié à la dimension de l'ouverture ou de l'obstacle qui limite l'étendue spatiale de l'onde.

Quand la dimension de l'ouverture ou de l'obstacle devient du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, il faut tenir compte de la diffraction. Dans le cas d'un diaphragme<sup>2</sup> limitant une onde lumineuse provenant d'une source très lointaine<sup>3</sup> l'ordre de grandeur de la déviation angulaire  $\theta$  est donné par :

$$\sin \theta \approx \frac{\lambda_0}{D} \quad (1.1)$$

où  $\theta$  est le demi-angle au sommet du cône de diffraction,  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide de l'onde lumineuse et  $D$  est le diamètre du diaphragme<sup>4</sup>. (Voir aussi figures 1.7 et 1.8.)

2. Ouverture circulaire.

3. On parle alors de diffraction à l'infini.

4. On remarquera que cette formule est inapplicable si  $\lambda_0$  est supérieur à  $D$ ... Dans le cas extrême où  $\lambda_0 \gg D$ , on considère qu'il y a plutôt réflexion de l'onde sur l'obstacle, même si la diffraction est encore présente.

## II - Modèle de l'optique géométrique

### II.1 - Description

Le modèle de l'optique géométrique consiste à négliger tous les phénomènes de diffraction et d'interférences lors de la propagation des ondes lumineuses, ce qui amène trois conséquences principales :

#### Loi : Modèle de l'optique géométrique

**Propagation rectiligne** Dans un milieu *transparent*, *linéaire*<sup>1</sup>, *homogène*<sup>2</sup> et *isotrope*<sup>3</sup> la lumière se propage en ligne droite et la direction de propagation en un point donné de l'espace est appelé rayon lumineux.

Notamment, cette direction reste unique tant que l'indice de réfraction ne change pas.

**Principe du retour-inverse de la lumière** Le trajet de la lumière est indépendant du sens de parcours le long du rayon lumineux.

**Indépendance des rayons** Tous les rayons lumineux restent indépendants les uns et des autres. L'intensité lumineuse résultante de deux rayons lumineux présents en un même point de l'espace est la somme des intensités des rayons.

### II.2 - Limites du modèle

Grâce à l'équation (1.1), on voit que l'étalement angulaire n'est nul ( $\theta = 0$ ) que si la taille du diaphragme est infinie :  $\lim_{D \rightarrow +\infty} \left( \frac{\lambda_0}{D} \right) = 0$ . Cette situation limite n'est jamais atteinte dans la pratique, mais on considère que si la longueur d'onde est très petite devant les dimensions des ouvertures ou obstacles alors l'angle d'étalement angulaire est également très faible.

**Tant que les dimensions de tous les éléments limitant l'étendue de l'onde lumineuse (lentilles, diaphragme...) sont grandes devant les longueurs d'onde de la lumière ( $D \gg \lambda_0$ ) la diffraction est négligeable.**

On rappelle que les longueurs d'onde utilisées en optique sont de l'ordre de 500 nm ; un objet de dimension 1 mm est donc déjà 2000 fois plus grand que la longueur d'onde et ne provoque qu'une diffraction négligeable<sup>5</sup>. Les limitations du modèle de l'optique géométrique liées aux interférences font appel à des notions qui seront vues ultérieurement en PTSI et en PT.

### II.3 - Faisceau lumineux

Un faisceau lumineux est un cône de lumière contenant une infinité de rayons lumineux concourants<sup>6</sup>. On peut le caractériser par exemple par ses deux rayons extrêmes et un angle.

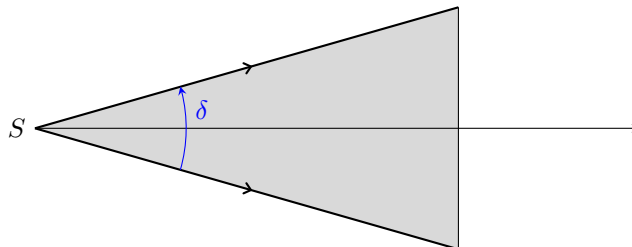


FIGURE 1.2 – Faisceau lumineux (en grisé) passant par le point S et d'angle total  $\delta$

1. Un milieu est linéaire si une onde sinusoïdale ne voit pas sa pulsation (ou sa fréquence) changer quand elle pénètre dans le milieu.

2. C'est-à-dire possédant les mêmes caractéristiques *en tout point*.

3. C'est-à-dire possédant les mêmes caractéristiques *dans toutes les directions*.

5. Pour des ondes sonores en revanche, les longueurs d'onde usuelles vont de quelques mètres à quelques millimètres ; un espacement de l'ordre du centimètre entre une porte et le sol provoque déjà une diffraction importante de l'onde sonore !

6. C'est-à-dire qui ont un point d'intersection commun.

### III - Lois de Snell-Descartes

Un système optique est constitué par un ensemble de milieux linéaires, homogènes et isotropes caractérisés par leur indice  $n$  et séparés les uns des autres par des surfaces nommées **dioptries**. Lorsqu'un rayon lumineux atteint un dioptré séparant deux milieux d'indices respectifs  $n_1$  et  $n_2$ , il subit un phénomène de réflexion et un phénomène de transmission, appelé aussi réfraction. Ces deux phénomènes obéissent aux lois de Snell-Descartes

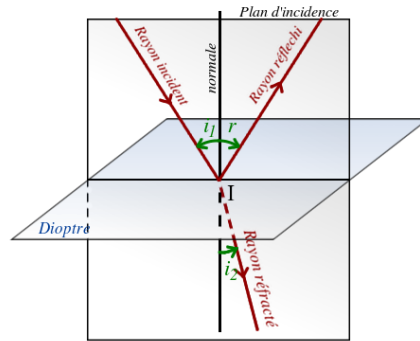


FIGURE 1.3 – Réfraction et réflexion au passage d'un dioptré

Au niveau du point d'incidence, noté  $I$  sur la figure 1.3, on définit la direction localement normale au dioptré. Cette normale, le rayon incident et le point  $I$  définissent le plan d'incidence. **Les rayons réfléchis et réfractés sont également dans le plan d'incidence.** On notera  $i_1$ , l'angle d'incidence entre la normale au dioptré et le rayon incident,  $r$  l'angle de réflexion entre la normale et le rayon réfléchi et  $i_2$  l'angle réfracté entre la normale et le rayon transmis ou réfracté. Par convention, tous les angles sont comptés positivement entre 0 et  $\pi/2$ .

#### Loi : Lois de Snell-Descartes

**Plan d'incidence** les rayons réfléchis et réfractés sont contenus dans le plan d'incidence

**Loi de la réflexion** le rayon réfléchi est symétrique au rayon incident par rapport à la normale. On a donc :

$$r = i_1$$

**Loi de la réfraction** le rayon réfracté est du côté opposé au rayon incident par rapport à la normale. Il est caractérisé par un angle de réfraction qui vérifie la loi suivante :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

### IV - Dispositifs optiques usuels

#### IV.1 - Prisme

##### Définition : Prisme

Un prisme est un cylindre à base polygonaire (en général triangulaire) constitué d'un matériau transparent linéaire homogène et isotrope (MLHI). Dans une utilisation normale, la lumière arrive sur le prisme perpendiculairement à son axe.

Comme on le voit sur la figure 1.4, la lumière arrivant perpendiculairement à la face du prisme, le plan d'incidence est lui-même perpendiculaire à ce plan. Les différents rayons réfractés et/ou réfléchis seront alors tous contenus dans ce plan d'incidence, perpendiculaire à l'axe du prisme. On peut ainsi revenir à des schémas en 2 dimensions (voir figure 1.5).

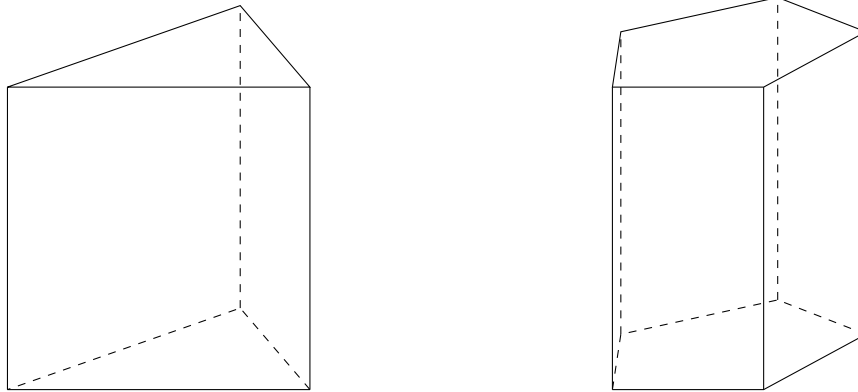


FIGURE 1.4 – Prismes : triangulaire à gauche et pentagonal à droite.

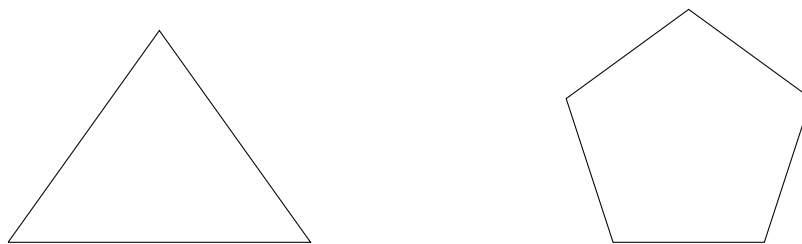
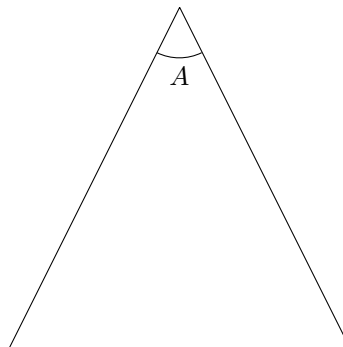


FIGURE 1.5 – Prismes, vue du dessus : triangulaire à gauche et pentagonal à droite.

**Formules du prisme :** on se place dans le cas d'un prisme à base triangulaire, en regardant le rayon réfracté sur une première face du prisme (*face d'entrée*) puis par une seconde (*face de sortie*). On appelle angle au sommet, noté  $A$ , l'angle entre les faces d'entrée et de sortie.

Les formules du prisme sont les 3 relations données par la loi de Descartes appliquée aux 2 réfractions du rayon lumineux et la relation donnant la somme des angles dans un triangle.



Loi : Formule du prisme

**Définition : Angle de déviation**

L'angle de déviation, généralement noté  $D$ , est l'angle entre le rayon incident et le rayon émergent. Il peut être mesuré de façon très précise en utilisant un *goniomètre*.

## IV.2 - Fibre optique

Une fibre optique est un dispositif permettant le transport d'un signal sous forme de lumière. Parmi les différents types de fibres existantes, on peut citer les fibres à saut d'indice et celles à gradient d'indice, dans lesquelles la lumière se propage le long de la fibre grâce aux propriétés de réfraction et de réflexion totale (voir figure 1.6). Les câbles à fibre optique, qui comportent un grand nombre de fibres très fines, permettent la transmission de tous types de signaux, y compris haute fréquence, sur de longues distances et avec peu d'atténuation.

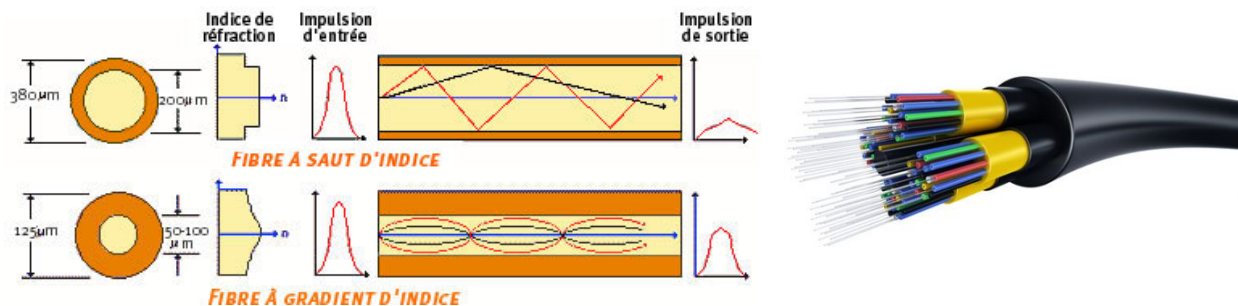
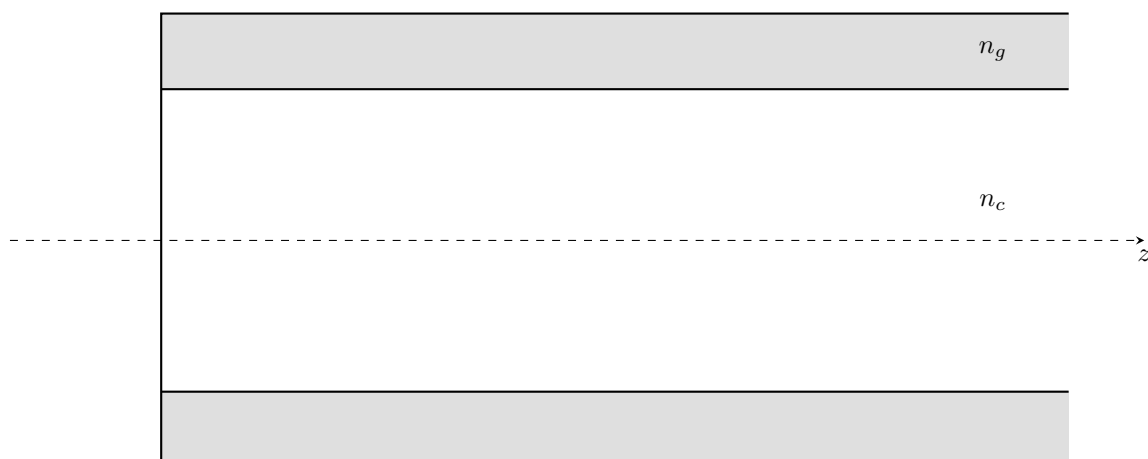


FIGURE 1.6 – À gauche : principe de transmission de la lumière dans une fibre optique : à saut d'indice en haut et à gradient d'indice en bas. À droite : câble comportant plusieurs fibres optiques

### a - Fibre optique à saut d'indice

Une fibre à saut d'indice peut être assimilée à un cylindre de révolution d'axe  $Oz$ , constitué d'un cœur, de rayon  $a$  (de l'ordre de 8 à 50  $\mu\text{m}$ ) et d'indice  $n_c$ , entouré d'une couronne cylindrique, appelée gaine, d'indice  $n_g$ .

La lumière entre dans la fibre au niveau du cœur, le principe de transmission de la lumière dans la fibre est de s'assurer d'être en condition de réflexion totale à l'interface cœur-gaine. Une condition, nécessaire mais pas suffisante, est donc  $n_g < n_c$ .



## Pour aller plus loin

### Loi de Cauchy

La loi de dispersion la plus connue est la **loi de Cauchy**. C'est une loi expérimentale vérifiée par un grand nombre de milieux transparents :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$$

$$\text{ou encore : } n(\nu) = A + C\nu^2$$

$$\text{avec : } A, B, C \geq 0$$

On rappelle également que la fréquence  $\nu$  et la **longueur d'onde dans le vide**  $\lambda_0$  sont reliées par :

$$\lambda_0 = c/\nu \quad \text{où } c \text{ est la célérité de la lumière dans le vide}$$

D'après la loi de Cauchy, on vérifie facilement que :

$$\begin{aligned} \text{puisque } \nu_{\text{bleu}} &> \nu_{\text{rouge}} \text{ ou encore } \lambda_{0,\text{bleu}} < \lambda_{0,\text{rouge}} \\ \text{alors } n_{\text{bleu}} &> n_{\text{rouge}} \text{ (et donc } v_{\text{bleu}} < v_{\text{rouge}}) \end{aligned}$$

### Caractérisation des milieux transparents

Étant donné que l'indice varie avec la longueur d'onde, pour caractériser les propriétés optiques d'un matériau on utilise des radiations particulières, déterminées précisément et qui permettent de référencer et standardiser facilement les valeurs des indices. Le tableau ci-dessous précise trois de ces radiations de référence :

Longueurs d'onde références	
radiation C (rouge de l'hydrogène)	656,3 nm
radiation D (jaune du sodium)	589,3 nm
radiation F (bleue de l'hydrogène)	486,1 nm

Pour fixer un ordre de grandeur, les différents verres actuels ont des indices qui varient de 1,4 à 2. Le tableau 1.1 donne les indices de quelques milieux que vous serez amenés à rencontrer couramment.

Milieu	Radiations			À retenir
	C	D	F	Valeurs conventionnelles
vide	$C_{ste} = 1$			<b>1</b>
air	$\approx C_{ste} = 1.000293$			<b>1</b>
H <sub>2</sub> O (20 °C)	1,3311	1,3300	1,3371	<b>4/3</b>
fluor-crown	1,4873	1,4895	1,4945	verres <b>1,5</b>
crown-moyen	1,5127	1,5153	1,5214	
flint dense	1,6553	1,6605	1,6735	
flint extradense	1,7788	1,7875	1,8100	
silice vitreuse	1,4568	1,4588	1,4636	verres organiques <b>1,5</b>
méthacrylate de méthyle	1,4904	1,4930	1,4990	
diamant	2,410	2,4173	2,435	<b>2,4</b>

TABLE 1.1 – Quelques valeurs d'indices courants

## Exemples de figures de diffraction

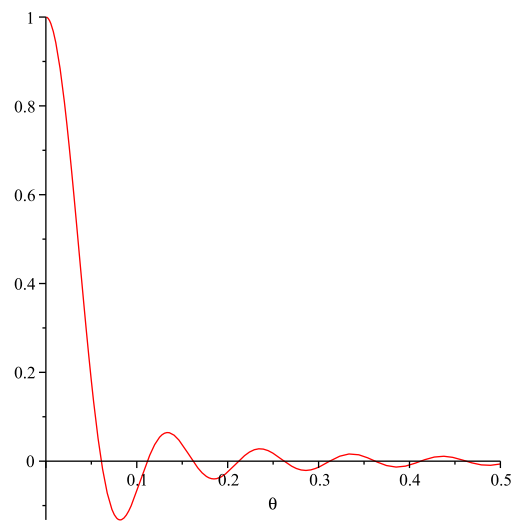


FIGURE 1.7 – Amplitude de l'onde diffractée par une ouverture circulaire en fonction de l'angle de déviation  $\theta$  par rapport à la normale au diaphragme passant par son centre. Diaphragme de rayon  $R = 10 \lambda_0$ . Échelle arbitraire en ordonnée.

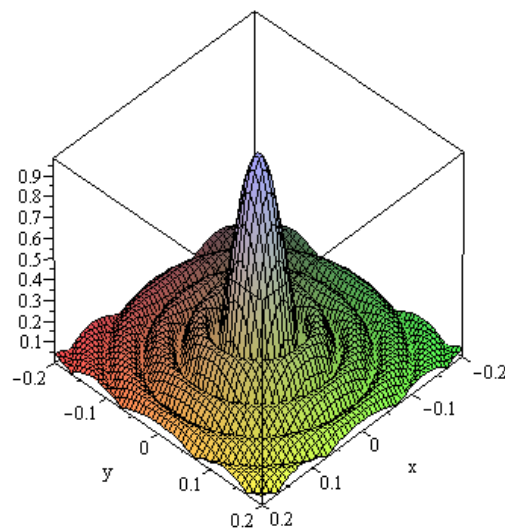


FIGURE 1.8 – Amplitude de l'onde diffractée par une ouverture circulaire dans un plan parallèle au diaphragme. Diaphragme de rayon  $R = 10 \lambda_0$ . Échelles arbitraires.