

OS – Chapitre H

Théorèmes généraux dans l'ARQS

Lorsqu'un circuit comporte plusieurs mailles ou plusieurs nœuds, déterminer directement les courants et tensions à l'aide des lois de Kirchhoff devient vite laborieux. En pratique, cette méthode exige d'annoter soigneusement le schéma avec toutes les grandeurs utiles, puis d'écrire les équations issues des lois des nœuds et des mailles. On se retrouve alors à résoudre un système d'équations dont la taille croît rapidement avec le nombre d'inconnues, ce qui rend le processus long, source d'erreurs, et parfois bloquant.

Les méthodes présentées dans ce chapitre offrent une approche plus efficace. Elles consistent en général à simplifier le circuit avant même de l'exprimer sous forme d'équations, de façon à réduire l'effort de calcul tout en gardant l'information nécessaire pour accéder aux grandeurs recherchées. Cette simplification doit néanmoins être menée avec prudence, afin de ne pas faire disparaître les variables d'intérêt lors de la simplification.

Remarque : dans le chapitre OS-K, nous verrons que les résultats établis ici pour les résistances peuvent se généraliser aux bobines et aux condensateurs grâce à la notion d'empédance complexe.

I - Point de fonctionnement

Une première méthode pour déterminer la tension et/ou le courant à travers un dipôle consiste à passer par une *résolution graphique*. En pratique, cette approche est surtout employée lorsqu'on étudie des composants non linéaires.

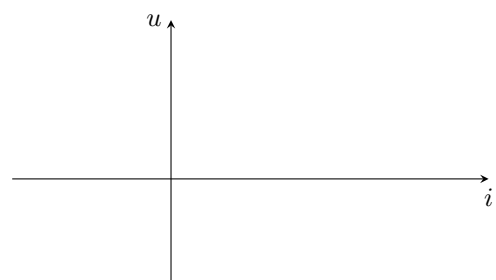
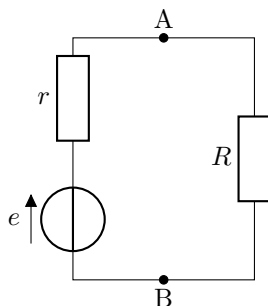
Considérons deux points de connexion A et B dans un circuit. L'ensemble du circuit peut alors être vu comme l'association de deux dipôles, à la fois en série (même courant) et en parallèle (même tension). Notons i le courant qui les traverse et u la tension à leurs bornes. On peut alors tracer leurs caractéristiques statiques : celle du dipôle D_1 donnée par l'équation $i = f_1(u)$ et celle du dipôle D_2 donnée par $i = f_2(u)$.

Il est essentiel de remarquer que, dans ce type de représentation, l'un des dipôles est pris en convention générateur, tandis que l'autre est en convention récepteur.

La solution du problème se déduit alors graphiquement : les valeurs de u et i vérifient simultanément les deux caractéristiques statiques des deux dipôles.

Loi : Point de fonctionnement

u et i sont donnés par les coordonnées du point d'intersection des deux caractéristiques statiques des dipôles D_1 et D_2

Application : Générateur de Thévenin alimentant une résistance R 

Application : Générateur de Thévenin alimentant une diode électroluminescente


II - Association en série

Définition : Dipôles en série

Deux dipôles sont en série s'ils sont reliés par un point qui n'est pas un nœud. Ils sont alors parcourus par le même courant.

On peut alors noter que, du point de vue du reste du circuit, l'ordre des deux dipôles n'a pas d'importance.

II.1 - Résistances en série

Loi : Résistances en série

Deux résistances R_1 et R_2 en série sont équivalentes à une résistance R avec


Démonstration


Généralisation : on montre aisément que, si on a N résistances R_i en série, celles-ci sont équivalentes à une résistance unique R avec

$$R = \sum_{i=1}^N R_i$$

II.2 - Générateurs de Thévenin en série

Loi : Générateurs de Thévenin en série

Deux générateurs de Thévenin (e_1, r_1) et (e_2, r_2) en série sont équivalents à un générateur de Thévenin (e, r) avec



Démonstration

II.3 - Pont diviseur de tension

Loi : Pont diviseur de tension

Soient deux résistances R_1 et R_2 en série :
On a alors



Remarque : on a de façon équivalente $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$.

Démonstration

III - Association en parallèle

Définition : Dipôles en parallèle

Deux dipôles sont en parallèle s'ils sont reliés par leurs deux bornes. Ils sont alors soumis à la même tension.

On peut alors noter que, du point de vue du reste du circuit, l'ordre des deux branches n'a pas d'importance.

III.1 - Résistances en parallèle

Loi : Résistances en parallèle

Deux résistances R_1 et R_2 en parallèle sont équivalentes à une résistance R avec



ou



Démonstration

Généralisation : on montre aisément que, si on a N résistances R_i en parallèle, celles-ci sont équivalentes à une résistance unique R avec

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad \text{mais} \quad \cancel{R = \frac{R_1 R_2 \dots R_N}{R_1 + R_2 + \dots + R_N}}$$

III.2 - Générateurs de Norton en parallèle

Loi : Générateurs de Norton en parallèle

Deux générateurs de Norton (η_1, r_1) et (η_2, r_2) en parallèle sont équivalents à un générateur de Norton (η, r) avec

et

Démonstration

III.3 - Pont diviseur de courant

Loi : Pont diviseur de courant

Soient deux résistances R_1 et R_2 en parallèle :
On a alors

Remarque : on a de façon équivalente $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$.

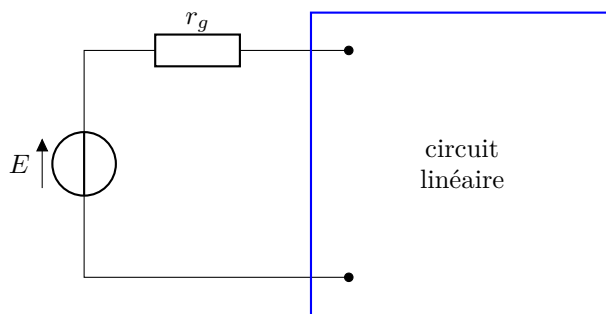
Démonstration

IV - Résistance d'entrée – de sortie

IV.1 - Résistance d'entrée

On considère un circuit linéaire en régime continu connecté à un générateur de Thévenin de fem E et de résistance interne r_g . Du point de vue de la source, le circuit linéaire est équivalent à une résistance R_e avec

Définition : Résistance d'entrée

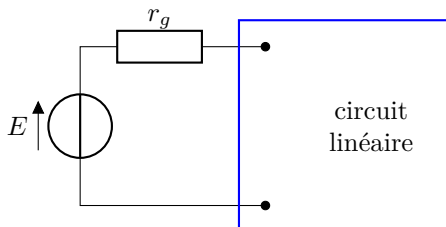


Remarques :

- u_e et i_e sont orientés de façon que la source soit en convention générateur et le circuit linéaire en convention récepteur ;
- en régime sinusoïdal, u_e peut être déphasé par rapport à i_e , on remplacera alors la notion de résistance d'entrée R_e par celle d'impédance d'entrée \underline{Z}_e (voir chapitre OS-K).

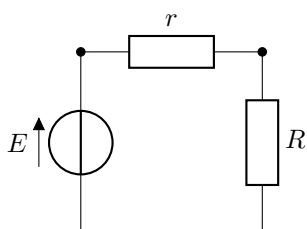
Application : Adaptation en tension

Le circuit linéaire se comporte comme une résistance R_e .



Aspect énergétique

On considère une source de Thévenin (E, r) alimentant une charge de résistance d'entrée R . La puissance utile au niveau de la charge est :



Application : Adaptation en puissance

Pour quelle valeur de R , \mathcal{P}_u est maximale ?

Remarques :

- si R est « petit », i est « grand » mais u « petit » : la puissance utile est faible ;
- si R est « grand », u est « grand » mais i « petit » : la puissance utile est faible.
- On définit le rendement électrique

$$\rho = \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_g}$$

- pour $R \gg r$, $\rho \approx 1$ est maximal mais $\mathcal{P}_u \approx \frac{E^2}{R}$ tend vers 0 !
- pour $\mathcal{P}_u = \mathcal{P}_{u,\max}$, $r = R$ et donc $\rho = 50\%$.

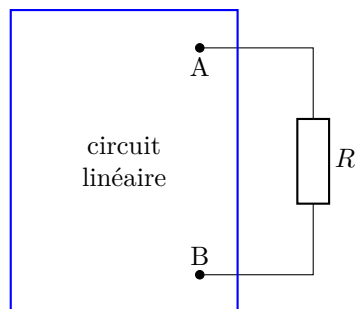
IV.2 - Résistance de sortie

On considère un circuit linéaire, qui peut contenir des sources de courant et/ou de tension, en régime continu, connecté en sortie à une résistance R .

Définition : Résistance de sortie

On note E_S la tension à vide entre les bornes A et B du circuit et R_S la résistance, sources éteintes entre ces points.

Du point de vue de la charge R , le circuit linéaire est équivalent à un générateur de Thévenin (E_S , R_S).



Remarques :

- éteindre une source idéale de tension revient à imposer $e = 0$: on la remplace dans le schéma par un *fil* ou un *interrupteur fermé* ;
- éteindre une source idéale de courant revient à imposer $\eta = 0$: on la remplace dans le schéma par un *interrupteur ouvert*.