

## OS – Chapitre H

## Théorèmes généraux dans l'ARQS

Lorsqu'un circuit comporte plusieurs mailles ou plusieurs noeuds, déterminer directement les courants et tensions à l'aide des lois de Kirchhoff devient vite laborieux. En pratique, cette méthode exige d'annoter soigneusement le schéma avec toutes les grandeurs utiles, puis d'écrire les équations issues des lois des noeuds et des mailles. On se retrouve alors à résoudre un système d'équations dont la taille croît rapidement avec le nombre d'inconnues, ce qui rend le processus long, source d'erreurs, et parfois bloquant.

Les méthodes présentées dans ce chapitre offrent une approche plus efficace. Elles consistent en général à simplifier le circuit avant même de l'exprimer sous forme d'équations, de façon à réduire l'effort de calcul tout en gardant l'information nécessaire pour accéder aux grandeurs recherchées. Cette simplification doit néanmoins être menée avec prudence, afin de ne pas faire disparaître les variables d'intérêt lors de la simplification.

*Remarque :* dans le chapitre OS-K, nous verrons que les résultats établis ici pour les résistances peuvent se généraliser aux bobines et aux condensateurs grâce à la notion d'impédance complexe.

## I - Point de fonctionnement

Une première méthode pour déterminer la tension et/ou le courant à travers un dipôle consiste à passer par une *réolution graphique*. En pratique, cette approche est surtout employée lorsqu'on étudie des composants non linéaires.

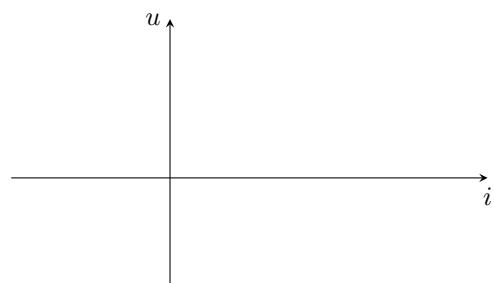
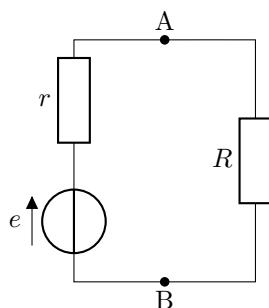
Considérons deux points de connexion *A* et *B* dans un circuit. L'ensemble du circuit peut alors être vu comme l'association de deux dipôles, à la fois en série (même courant) et en parallèle (même tension). Notons  $i$  le courant qui les traverse et  $u$  la tension à leurs bornes. On peut alors tracer leurs caractéristiques statiques : celle du dipôle  $D_1$  donnée par l'équation  $i = f_1(u)$  et celle du dipôle  $D_2$  donnée par  $i = f_2(u)$ .

Il est essentiel de remarquer que, dans ce type de représentation, l'un des dipôles est pris en convention générateur, tandis que l'autre est en convention récepteur.

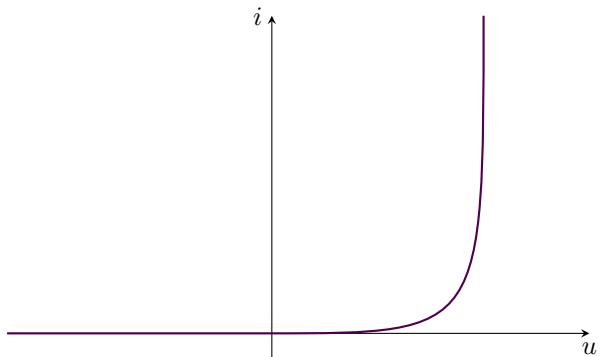
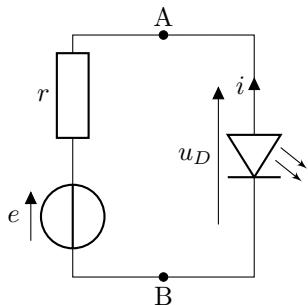
La solution du problème se déduit alors graphiquement : les valeurs de  $u$  et  $i$  vérifient simultanément les deux caractéristiques statiques des deux dipôles.

## Loi : Point de fonctionnement

$u$  et  $i$  sont donnés par les coordonnées du point d'intersection des deux caractéristiques statiques des dipôles  $D_1$  et  $D_2$

Application : Générateur de Thévenin alimentant une résistance  $R$ 

## Application : Générateur de Thévenin alimentant une diode électroluminescente



## II - Association en série

## Définition : Dipôles en série

Deux dipôles sont en série s'ils sont reliés par un point qui n'est pas un noeud. Ils sont alors parcourus par le même courant.

On peut alors noter que, du point de vue du reste du circuit, l'ordre des deux dipôles n'a pas d'importance.

## II.1 - Résistances en série

## Loi : Résistances en série

Deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  en série sont équivalentes à une résistance  $R$  avec

$$R = R_1 + R_2$$

## Démonstration

**Généralisation :** on montre aisément que, si on a  $N$  résistances  $R_i$  en série, celles-ci sont équivalentes à une résistance unique  $R$  avec

$$R = \sum_{i=1}^N R_i$$

## II.2 - Générateurs de Thévenin en série

### Loi : Générateurs de Thévenin en série

Deux générateurs de Thévenin ( $e_1, r_1$ ) et ( $e_2, r_2$ ) en série sont équivalents à un générateur de Thévenin ( $e, r$ ) avec



### Démonstration

## II.3 - Pont diviseur de tension

### Loi : Pont diviseur de tension

Soient deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  en série :

On a alors



Remarque : on a de façon équivalente  $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$ .

### Démonstration

### III - Association en parallèle

#### Définition : Dipôles en parallèle

Deux dipôles sont en parallèle s'ils sont reliés par leurs deux bornes. Ils sont alors soumis à la même tension.

On peut alors noter que, du point de vue du reste du circuit, l'ordre des deux branches n'a pas d'importance.

#### III.1 - Résistances en parallèle

##### Loi : Résistances en parallèle

Deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  en parallèle sont équivalentes à une résistance  $R$  avec



ou



##### Démonstration

**Généralisation :** on montre aisément que, si on a  $N$  résistances  $R_i$  en parallèle, celles-ci sont équivalentes à une résistance unique  $R$  avec

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad \text{mais} \quad \cancel{R = \frac{R_1 R_2 \dots R_N}{R_1 + R_2 + \dots + R_N}}$$

### III.2 - Générateurs de Norton en parallèle

#### Loi : Générateurs de Norton en parallèle

Deux générateurs de Norton ( $\eta_1, r_1$ ) et ( $\eta_2, r_2$ ) en parallèle sont équivalents à un générateur de Norton ( $\eta, r$ ) avec



et



#### Démonstration

### III.3 - Pont diviseur de courant

#### Loi : Pont diviseur de courant

Soient deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  en parallèle :  
On a alors



Remarque : on a de façon équivalente  $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$ .

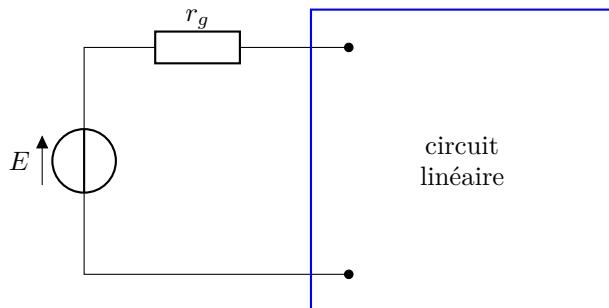
#### Démonstration

## IV - Résistance d'entrée – de sortie

### IV.1 - Résistance d'entrée

On considère un circuit linéaire en régime continu connecté à un générateur de fem  $E$  et de résistance interne  $r_g$ . Du point de vue de la source, le circuit linéaire est équivalent à une résistance  $R_e$  avec

#### Définition : Résistance d'entrée

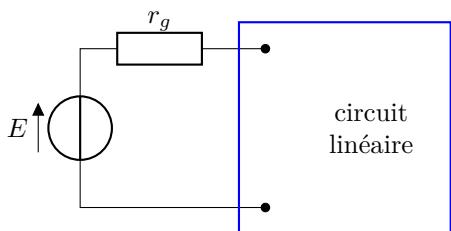


Remarques :

- $u_e$  et  $i_e$  sont orientés de façon que la source soit en convention générateur et le circuit linéaire en convention récepteur ;
- en régime sinusoïdal,  $u_e$  peut être déphasé par rapport à  $i_e$ , on remplacera alors la notion de résistance d'entrée  $R_e$  par celle d'impédance d'entrée  $Z_e$  (voir chapitre OS-K).

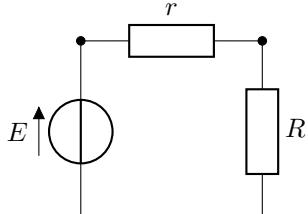
#### Application : Adaptation en tension

Le circuit linéaire se comporte comme une résistance  $R_e$ .



### Aspect énergétique

On considère une source de Thévenin  $(E, r)$  alimentant une charge de résistance d'entrée  $R$ . La puissance utile au niveau de la charge est :



**Application : Adaptation en puissance**

Pour quelle valeur de  $R$ ,  $\mathcal{P}_u$  est maximale ?

Remarques :

- si  $R$  est « petit »,  $i$  est « grand » mais  $u$  « petit » : la puissance utile est faible ;
- si  $R$  est « grand »,  $u$  est « grand » mais  $i$  « petit » : la puissance utile est faible.
- On définit le rendement électrique

$$\rho = \frac{\mathcal{P}_u}{\mathcal{P}_g}$$

- pour  $R \gg r$ ,  $\rho \approx 1$  est maximal mais  $\mathcal{P}_u \approx \frac{E^2}{R}$  tend vers 0 !
- pour  $\mathcal{P}_u = \mathcal{P}_{u,\max}$ ,  $r = R$  et donc  $\rho = 50\%$ .

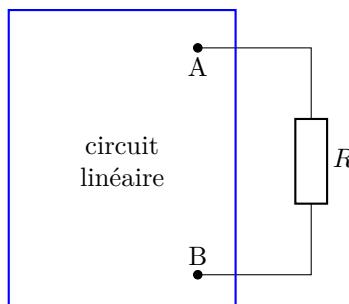
## IV.2 - Résistance de sortie

On considère un circuit linéaire, qui peut contenir des sources de courant et/ou de tension, en régime continu, connecté en sortie à une résistance  $R$ .

**Définition : Résistance de sortie**

On note  $E_S$  la tension à vide entre les bornes A et B du circuit et  $R_S$  la résistance, sources éteintes entre ces points.

Du point de vue de la charge  $R$ , le circuit linéaire est équivalent à un générateur de Thévenin ( $E_S$ ,  $R_S$ ).



Remarques :

- éteindre une source idéale de tension revient à imposer  $e = 0$  : on la remplace dans le schéma par un *fil* ou un *interrupteur fermé* ;
- éteindre une source idéale de courant revient à imposer  $\eta = 0$  : on la remplace dans le schéma par un *interrupteur ouvert*.