

OS – Chapitre J Exercices

Oscillateur harmonique

Exercice : Différentes configurations de ressort

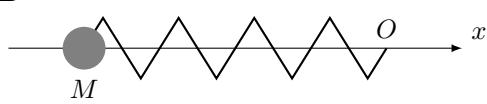
A



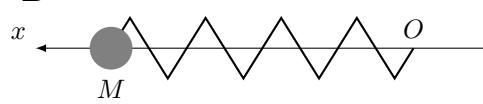
C



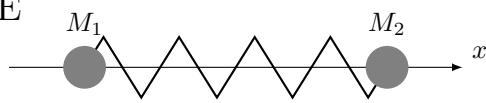
B



D



E



O est l'origine de l'axe et, pour les cas A, B, C et D, c'est aussi une des extrémités du ressort. Le ressort est de raideur k et de longueur à vide l_0 . La coordonnée de position du point M est notée x ; les coordonnées des points M_1 et M_2 sont notées respectivement x_1 et x_2 . Le ressort est supposé linéaire.

Pour les cas A, B, C et D, déterminer en fonction de k , x , l_0 et \vec{u}_x l'expression de la force de rappel élastique qui s'exerce sur le point M .

Pour le cas E, déterminer en fonction de k , x_1 , x_2 , l_0 et \vec{u}_x les expressions des forces de rappel élastique qui s'exercent respectivement sur M_1 et M_2 .

Exercice : Équations différentielles

1. Parmi les équations suivantes, quelles sont celles qui sont des équations différentielles d'un oscillateur harmonique en position à une dimension le long de l'axe des y ? Dans tous les cas, on a k , m , l_0 , g réels positifs.

- | | |
|---|---|
| (a) $\forall t, m\ddot{y} = k(y(t) - l_0)$ | (d) $\forall t, \ddot{y} + \frac{k}{m}y(t) = -\frac{k}{m}l_0$ |
| (b) $\forall t, m\ddot{y} = k(y(t) + l_0)$ | (e) $\forall t, \ddot{y} - \frac{k}{m}(y(t) - l_0) = g$ |
| (c) $\forall t, m\ddot{y} = -k(y(t) - l_0)$ | (f) $\forall t, \ddot{y} + \frac{k}{m}(y(t) - l_0) = -g$ |

2. Pour chaque équation d'un oscillateur harmonique, déterminer l'expression de ω_0 et y_{eq} .

Exercice : Oscillateur harmonique : circuit LC

On considère le circuit ci-contre. L'interrupteur étant en position 1 depuis très longtemps, on le bascule en position 2 à l'instant $t = 0$.

- Déterminer les valeurs initiales de i et u à l'instant $t = 0^+$.
- Déterminer l'expression de l'équation différentielle donnant $u(t)$ pour $t > 0$.
- Déterminer les expressions de $u(t)$ et $i(t)$ pour $t > 0$.
- Construire, à partir de u et i , deux grandeurs réduites (adimensionnelles et normalisées) u^* et i^* , puis représenter les chronogrammes de ces deux grandeurs sur un même graphique.

