OS – Chapitre M Exercices

Filtrage linéaire

Filtres classiques

Mener une étude complète des filtres classiques ci-dessous.
On rappelle les différentes étapes :

- Position du problème/schématisation.
- Études des comportements aux limites à la fréquence nulle et à la fréquence infinie par simplification des schémas. Détermination du gain dans ces cas limites.
- Expression de la fonction de transfert. Identification des paramètres canoniques (A_0 et ω_0 pour les filtres d'ordre 1, A_0, ω_0 et Q pour les filtres d'ordre 2).
- Vérification de la compatibilité entre l'expression trouvée pour la fonction de transfert et les cas limites trouvés plus haut.
- Étude du gain (expression, limites, expression en $\omega = \omega_0$).
- Étude du gain en décibel (expression, limites, expression en $\omega = \omega_0$). Asymptotes du gain en décibel dans le domaine des basses fréquences et dans le domaine des hautes fréquences. Tracé du diagramme de Bode asymptotique en gain, puis de l'allure du diagramme de Bode réel.
- Étude de la phase (expression, limites, expression en $\omega = \omega_0$). Tracé du diagramme de Bode asymptotique en phase, puis de l'allure du diagramme de Bode réel.

Exercice : Passe-haut d'ordre 1

Le filtre passe-haut réel d'ordre 1 de référence est obtenu à partir d'un circuit RL série avec comme tension d'entrée la tension aux bornes de l'association bobine+résistance et comme tension de sortie la tension aux bornes de la bobine.

- Mener l'étude complète en exprimant la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A_0 j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

- Montrer qu'en basses fréquences le filtre se comporte comme un dérivateur, c'est-à-dire que la tension de sortie est proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de la tension d'entrée.

Exercice : Passe-bas d'ordre 2

Le filtre passe-bas réel d'ordre 2 de référence est obtenu à partir d'un circuit RLC série avec comme tension d'entrée la tension aux bornes de l'association bobine+résistance+condensateur et comme tension de sortie la tension aux bornes du condensateur.

- Mener l'étude complète en exprimant la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

- Montrer qu'en hautes fréquences le filtre se comporte comme un double intégrateur, c'est-à-dire que la tension de sortie est proportionnelle à la double intégrale par rapport au temps de la tension d'entrée.

Exercice : Passe-haut d'ordre 2

Le filtre passe-bas réel d'ordre 2 de référence est obtenu à partir d'un circuit RLC série avec comme tension d'entrée la tension aux bornes de l'association bobine+résistance+condensateur et comme tension de sortie la tension aux bornes de la bobine.

— Mener l'étude complète en exprimant la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A_0 \frac{-\omega^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

— Montrer qu'en basses fréquences le filtre se comporte comme un double dérivateur, c'est-à-dire que la tension de sortie est proportionnelle à la dérivée seconde par rapport au temps de la tension d'entrée.

Exercice : Passe-bande d'ordre 2

Le filtre passe-bande réel d'ordre 2de référence est obtenu à partir d'un circuit RLC série avec comme tension d'entrée la tension aux bornes de l'association bobine+condensateur+résistance et comme tension de sortie la tension aux bornes de la résistance.

— Mener l'étude complète en exprimant la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \text{et} \quad \underline{H}(j\omega) = \frac{A_0 \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

— Montrer qu'en basses fréquences le filtre se comporte comme un dérivateur et qu'en hautes fréquences il se comporte comme un intégrateur.

Choix d'un filtre

Exercice : Filtrage d'un signal sonore

On souhaite filtrer le signal sonore reçu par un micro, dans un environnement où des bruits à haute fréquence risquent d'être présents. On rédige pour cela le cahier des charges suivant :

- ☐ les fréquences supérieures à 40 kHz doivent être atténuées d'au minimum 10 dB ;
- ☐ dans la zone audible par l'homme (20 Hz à 20 kHz), on veut un gain nominal de 0 dB avec une tolérance de ±3 dB.

1. Tracer le gabarit du filtre et identifier les points critiques.
2. Déterminer la nature du filtre qui pourrait convenir.
3. Identifier les filtres ci-dessous et sélectionner celui qui permet de respecter le cahier des charges.

$$\boxed{A} \quad \underline{H}_A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\frac{f}{f_c}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_0 = 1 \\ f_c = 20\,\text{kHz} \end{cases}$$

$$\boxed{B} \quad \underline{H}_B(j\omega) = \frac{A_0}{1 + \frac{j}{Q}\frac{f}{f_c} - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A_0 = 1 \\ f_c = 20\,\text{kHz} \\ Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$