

## OS – Chapitre P

# Phénoménologie du champ magnétique

## I - Description du champ magnétique

### Définition : force de Lorentz

Sous l'action d'un champ électromagnétique, une particule chargée est soumise à la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

avec  $\vec{E}$  champ électrique et  $\vec{B}$  champ magnétique.

L'unité du champ magnétique est le tesla (T), une analyse dimensionnelle se basant sur l'expression de la force de Lorentz permet d'établir

$$\dim(B) = M \cdot I^{-1} \cdot T^{-2} \quad \text{ou} \quad [T] = \text{kg A}^{-1} \text{s}^{-2}.$$

### I.1 - Notion de champ

#### Définition :

Un champ est une grandeur physique qui peut être décrite/définie/mesurée partout et tout le temps.

Cela signifie que cette grandeur peut être définie en tout point de l'espace et en tout instant. Mathématiquement, cette grandeur dépend de la position  $M$  et de l'instant  $t$ , il s'agit donc de façon générale d'une fonction de 4 variables (par exemple  $x, y, z$  et  $t$  en coordonnées cartésiennes).

On parle de champ même si cette définition souffre de quelques exceptions : par exemple on définit le champ gravitationnel général par un astre de masse  $M_0$  situé en  $O$  même si la force gravitationnelle est définie en tout point sauf en  $O$ .

La grandeur associée au champ peut être scalaire ou vectorielle, on parlera alors de champ scalaire ou vectoriel. Par exemple, la pression et la température atmosphérique sont des champs scalaires tandis que la vitesse du vent, le champ de pesanteur sont des champs vectoriels. Les champs électriques et magnétiques sont donc des champs vectoriels, définis par leur intensité, leur direction et leur sens.

Un champ est uniforme si la grandeur associée est la même en tout point où il est défini : il ne dépend plus de la position mais uniquement du temps. Par exemple  $\vec{B}(t)$ .

Un champ est stationnaire si la grandeur associée est la même en tout instant : il ne dépend plus du temps du temps mais uniquement de la position. Par exemple  $\vec{B}(M)$  ou  $\vec{B}(x, y, z)$ .

### I.2 - Sources du champ magnétique

Les origines d'un champ magnétiques peuvent être soit macroscopique soit microscopique.

#### Origine macroscopique

Une charge électrique qui se déplace génère un champ magnétique. Cela implique donc qu'un courant électrique est une source macroscopique du champ magnétique. La relation reliant une distribution de courant au champ magnétique généré est donnée par la loi de Biot et Savart. Deux configurations simples sont fréquemment rencontrées :

**Modèle du fil infini** L'intensité du champ créé par un fil rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité  $I$ , à une distance  $d$  du fil est :

$$\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

**Modèle du solénoïde infini** L'intensité du champ créé à l'intérieur d'une bobine longue ( $\ell \gg D$ ) ayant  $n$  spires par unité de longueur et parcourue par un courant d'intensité  $I$  :

$$\|\vec{B}\| = \mu_0 n I$$

L'intensité çà l'extérieur de la bobine est nulle

avec  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T A}^{-1} \text{ m}$  la perméabilité magnétique du vide. On écrit aussi  $\frac{\mu_0}{4\pi} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ T A}^{-1} \text{ m}$ .

**Propriété : Lien entre intensité du champ et intensité du courant**

On retiendra que l'intensité du champ  $\|\vec{B}\|$  est proportionnelle à l'intensité du courant  $I$ .

### Origine microscopique

La matière aimantée est source de champ magnétique. Un aimant est toujours constitué d'un pôle Nord, où le champ magnétique sort de l'aimant et d'un pôle sud, où le champ magnétique rentre dans l'aimant. Une compréhension complète des mécanismes liant matière et champ magnétique à l'échelle microscopique fait appel à la notion de spin quantique et est largement hors-programme.

### Ordres de grandeur de champs magnétiques usuels

Source du champ	Intensité du champ ( $\ \vec{B}\ $ )
<b>Terre</b>	50 $\mu\text{T}$
Fil ( $I = 1 \text{ A}$ , $d = 1 \text{ m}$ )	$2 \cdot 10^{-7} \text{ T}$
<b>Bobine longue</b> ( $I = 1 \text{ A}$ , 1000 spires/m)	$1 \cdot 10^{-3} \text{ T}$
<b>Aimant permanent</b> (à quelques cm)	de 0,1 à 1 T
<b>Machine IRM</b>	5 T
Bobine supraconductrice	de 50 à 100 T

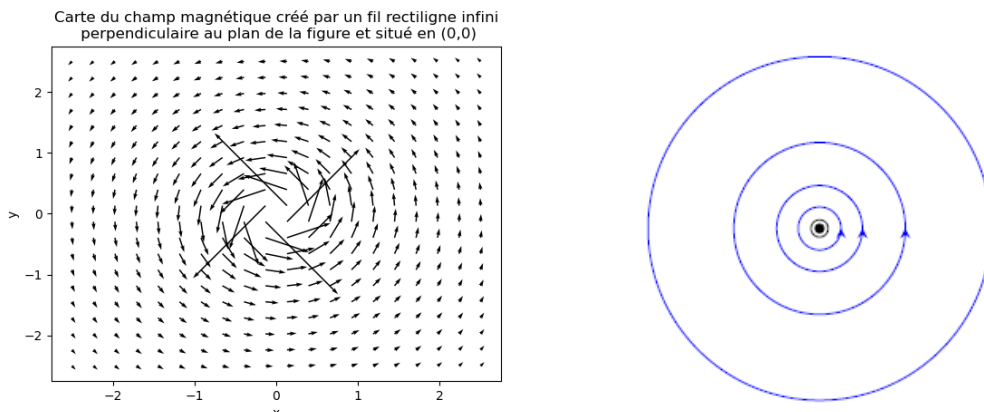
*Note* : les valeurs du tableau en gras sont à connaître dans le cadre du programme.

## I.3 - Cartographie du champ magnétique

Pour représenter le champ magnétique dans l'espace (3D) ou un plan (2D), on réalise des cartes du champ : on maille l'espace (ou le plan) de points  $M_i$  et on trace les vecteurs  $\vec{B}(M_i)$ .

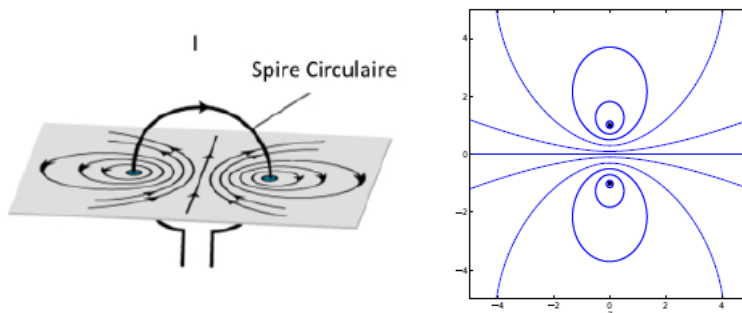
On peut également tracer des lignes de champ : une ligne de champ est une courbe orientée qui est en tout point tangente (et de même sens) au vecteur  $\vec{B}$ . En tout point où le champ est défini et non nul, passe une et une seule ligne de champ.

**Exemple 1 : Champ généré par un fil rectiligne infini**



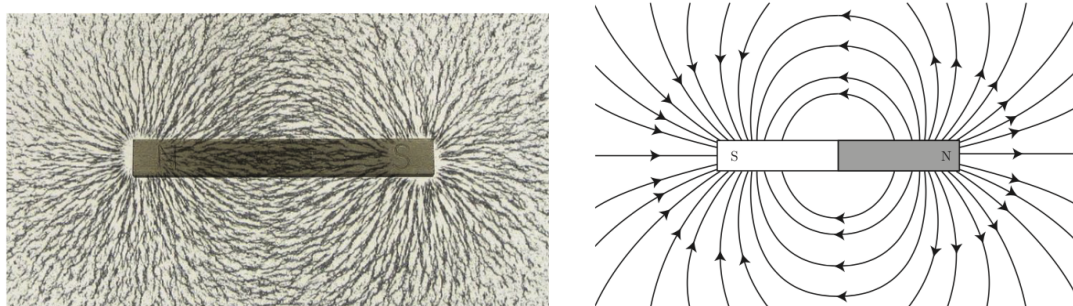
Le fil est vertical, le courant sort du plan de la feuille. Le sens du champ est donné par la règle de la main droite.

**Exemple 2 : Champ généré par une spire circulaire**



Gauche : vue en trois dimensions. Droite : vue dans le plan méridien, grisé sur la figure de gauche.

**Exemple 3 : Champ créé par un aimant droit**



Les lignes de champ sortent du pôle nord (N) et convergent vers le pôle sud (S).

**Exploitation d'une cartographie du champ magnétique**

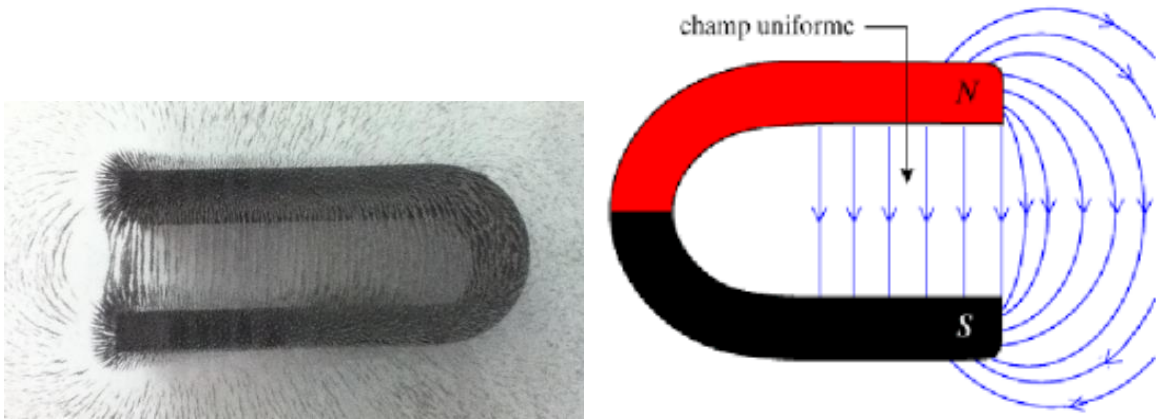
Il est important de savoir exploiter une cartographie du champ magnétique pour en déduire des informations sur celui-ci. En particulier :

- si les lignes de champs se resserrent, l'intensité du champ augmente,
- si les lignes de champs sont parallèles entre elles, le champ est localement uniforme,
- les lignes de champs sont en général fermées et tournent autour des courants,
- pour un champ généré par un aimant, les lignes de champs vont du pôle nord vers le pôle sud,
- pour un champ généré par un courant, le sens du champ est donné par la règle de la main droite.

### I.4 - Champ quasi-uniforme

Dans de très nombreuses applications, il est souvent utile de générer un champ magnétique qui soit localement uniforme.

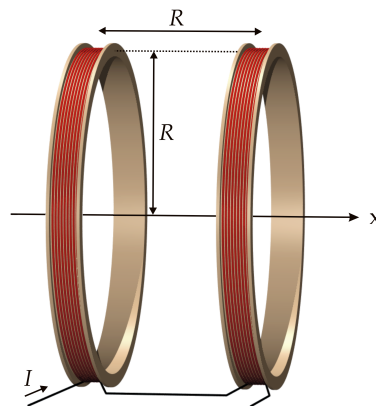
#### Champ créé par un aimant en U



Dans l'entrefer de l'aimant, le champ est quasi-uniforme.

#### Exemple des bobines de Helmholtz

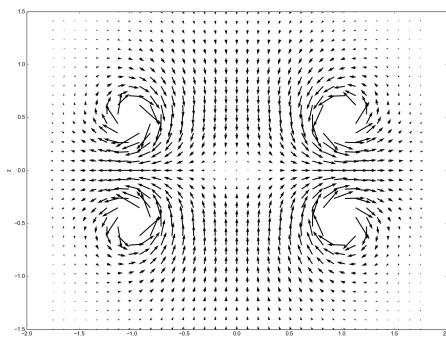
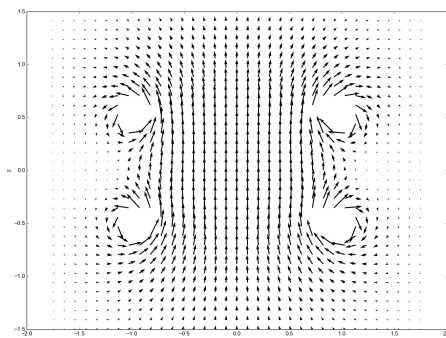
Les « bobines de Helmholtz » est un dispositif constitué par deux enroulements quasiment plans, identiques, souvent circulaires, séparés d'une distance égale à leur rayon, parcourus par un même courant.



Bobines de Helmholtz. Ansgar Hellwig. CC-BY-SA-2.0 and GFDL. Wikimedia Commons.

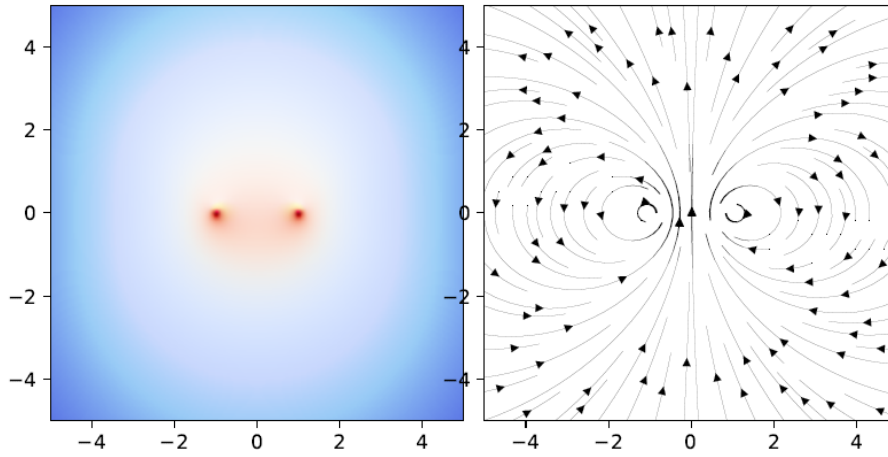
**Application :**

Sur chacune des cartes de champ suivantes déterminer l'orientation des courants et la disposition des enroulements.

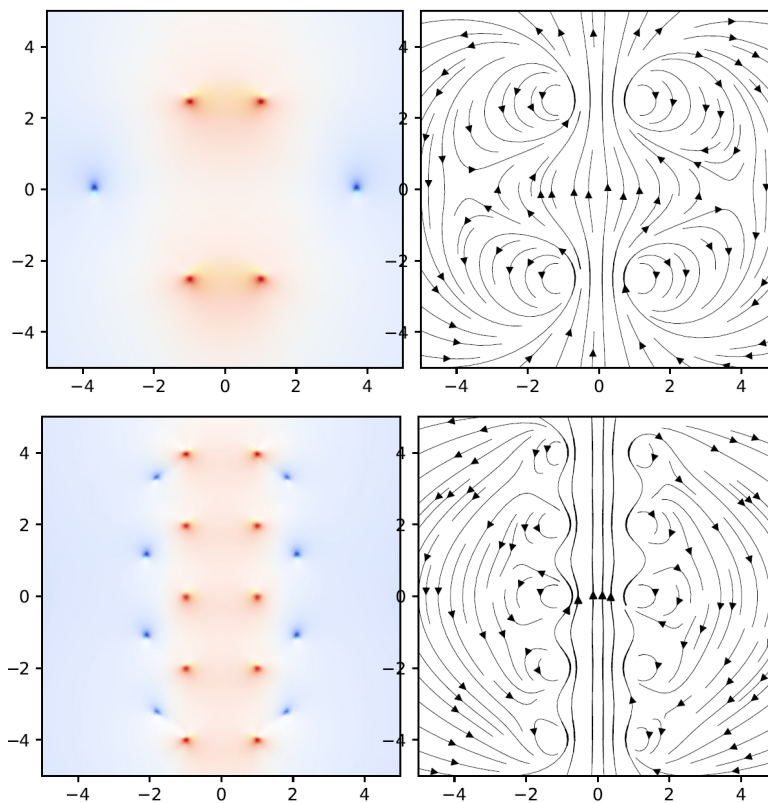


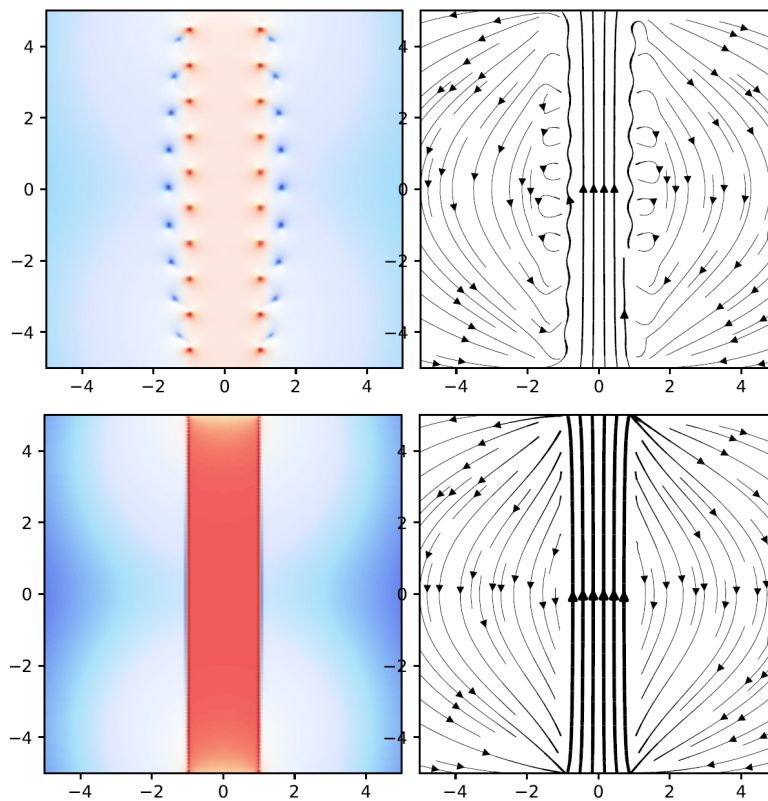
### De la spire à la bobine

Une bobine, ou solénoïde est la superposition de spires parallèles, accolées entre elles, parcourues par le même courant.



Visualisation du champ magnétique créé par une spire circulaire dont l'axe est contenu dans le plan de la figure. À gauche : dégradé de couleurs représentant l'intensité du champ (faible=bleu, intense=rouge). À droite lignes de champ.





Nombres de spires équidistantes, de haut en bas et de gauche à droite : 2, 5, 10 et 100.

## I.5 - Symétries et invariances

Pour simplifier la détermination du champ magnétique généré par un courant, on utilise si possible des propriétés d'invariance ou de symétrie de celui-ci.

### Définition : Plan de symétrie/antisymétrie

Un plan  $\Pi$  (respectivement  $\Pi'$ ) est un plan de symétrie (resp. d'antisymétrie) du système étudié si à tout courant correspond un courant identique (resp. opposé), symétrique par rapport à  $\Pi$  (resp.  $\Pi'$ ).

### Propriété : Invariance

Si la source du champ est invariante par une transformation géométrique, le champ l'est également.

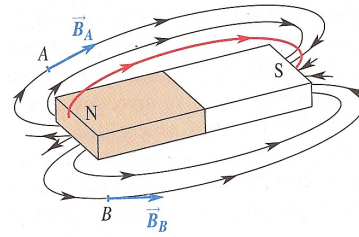
### Propriété : Symétries

- En tout point d'un plan de symétrie des courants, le champ est perpendiculaire à ce plan.  
Exemples :
  - fil rectiligne (plan perpendiculaire au fil)
  - spire/bobine (plan contenant l'axe de la spire/bobine)
- En tout point d'un plan d'antisymétrie des courants, le champ appartient à ce plan.  
Exemples :
  - fil rectiligne (plan du fil)
  - spire (plan de la spire)

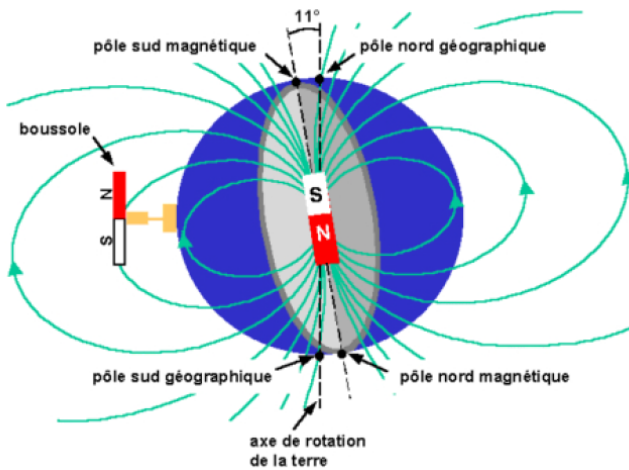
## I.6 - Moment magnétique

### Dipôle magnétique

Un dipôle est un dispositif générant un champ magnétique  $\vec{B}$ . Certaines lignes de champ traversent le dipôle : les lignes sortent par le pôle Nord et rentrent par le pôle Sud.



On donne ci-dessous le champ magnétique créé par la Terre :



#### Boussole et champ magnétique terrestre.

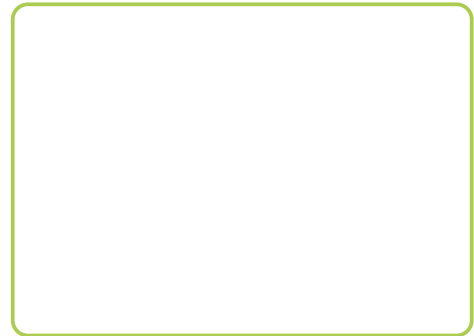
Compte tenu du champ créé par la Terre, le pôle nord d'une boussole pointe vers le pôle sud magnétique de la Terre, c'est pourquoi les pôles géographiques et magnétiques sont inversés.

Les pôles géographiques sont définis par rapport à l'axe de rotation de la Terre, ce qui explique le petit décalage supplémentaire de 11°.

### Moment magnétique d'une spire

On considère ici une spire parcourue par un courant, c'est-à-dire un circuit électrique fermé constituant une boucle plane. On peut alors définir sur cette spire :

- l'intensité  $i$  du courant qui la parcourt ;
- la surface  $S$  délimitée par la spire ;
- le vecteur unitaire  $\vec{n}$  normal la spire, orienté selon le sens du courant (règle de « la main droite »).
- le vecteur « surface » :  $\vec{S} = S \vec{n}$ .



#### Définition : Moment magnétique d'une spire

Le moment magnétique  $\vec{M}$  de la spire est défini par :



Remarques :

- Grandeur vectorielle
- unité :  $A \cdot m^2$  (ou  $\dim(\mathcal{M}) = I \cdot L^2$ )
- le sens de  $\vec{M}$  est indépendant des choix arbitraires faits pour orienter  $I$  et  $\vec{n}$ , il ne dépend que du sens réel du courant (règle de « la main droite »).

### Moment magnétique d'une bobine

Une bobine (ou solénoïde) est un dispositif composé d'un fil conducteur enroulé autour d'un axe de révolution. Classiquement, les bobines sont de section circulaire ou carrée, formant ainsi un cylindre ou un parallélépipède droit. On peut cependant rencontrer d'autres formes de bobines (toriques, coniques, prismes à section triangulaire, etc).



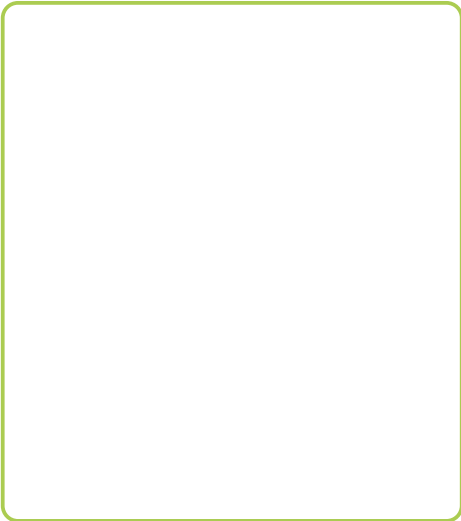
Bobines cylindriques à section circulaire ou rectangulaire. À droite : bobine torique.

Une bobine est modélisée par un empilement de  $N$  spires planes toutes orientées dans la même direction (même  $\vec{n}$ ) et parcourues par le même courant (même  $I$ ), où  $N$  est le nombre d'enroulements du fil électrique sur toute la longueur de la bobine.

Le moment magnétique total de la bobine est obtenu en additionnant les moments magnétiques de chacune des spires :

$$\vec{M}_{\text{bobine}} = \sum_i \vec{M}_{\text{spire},i}$$

Si la section des spires reste constante (cas d'une bobine cylindrique ou parallélépipédique), alors leurs moments magnétiques seront également constants.



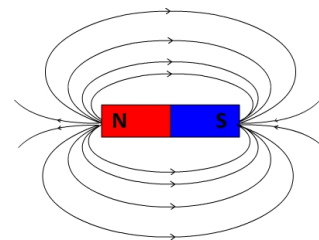
**Loi : Moment magnétique d'une bobine**

Pour une bobine de section constante



### Moment magnétique d'un aimant

Le moment magnétique d'un aimant est défini par analogie avec le cas de la boucle ou de la bobine. On retiendra que, pour un aimant droit, il est orienté du pôle Sud vers le pôle Nord.



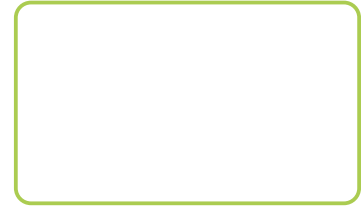
### Ordres de grandeur

	Aimant droit usuel	Aimant puissant	Terre
$\mathcal{M} (\text{A m}^2)$	1	10	$8 \cdot 10^{22}$

## I.7 - Flux du champ magnétique

### a - Flux élémentaire

On considère une surface élémentaire, de surface  $dS$  baignant dans un champ magnétique  $\vec{B}$ . La surface étant infiniment petite, on peut considérer d'une part que le champ  $\vec{B}$  est uniforme sur la surface et d'autre part que l'élément de surface est assimilable une portion de plan : on peut alors définir le vecteur normal  $\vec{n}$ , orienté de façon arbitraire.



#### Définition : Flux à travers une surface élémentaire

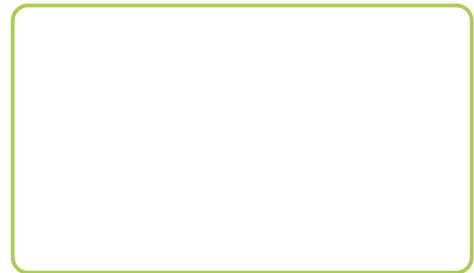


Remarques :

- le flux  $d\Phi$  est orienté de façon arbitraire : selon l'orientation choisie, il sera positif ou négatif
- unité :  $\text{T m}^2$  ou weber (Wb)

### b - Flux à travers une surface finie

Dans le cas général d'une surface quelconque ( $S$ ) et d'un champ magnétique non uniforme, on « découpe » la surface ( $S$ ) en surfaces élémentaires  $dS(M)$ , chacune centrée sur un point  $M$  appartenant à la surface. Le flux total du champ magnétique à travers ( $S$ ) est alors la somme (infinie) des flux élémentaires à travers les surfaces élémentaires ( $M, dS(M), \vec{n}(M)$ ) qui la constituent.



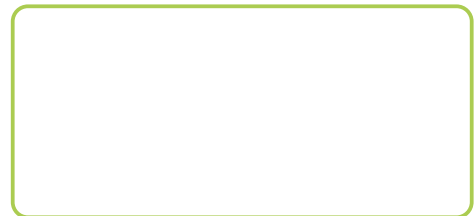
#### Définition : Flux à travers une surface finie

$$\Phi_{(S)}(\vec{B}) = \iint_{M \in (S)} d\Phi(M) = \iint_{M \in (S)} \vec{B}(M) \cdot \vec{n}(M) dS(M)$$

### c - Champ uniforme et surface plane

Une configuration courante est celle où le champ magnétique est uniforme et la surface plane. Dans ce cas, ni  $\vec{B}$ , ni  $\vec{n}$  ne dépendent de  $M$ , on peut alors les sortir de l'intégrale et le flux devient :

$$\Phi_{(S)}(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{n} \iint dS$$



#### Loi : Flux d'un champ uniforme à travers une surface plane

$$\Phi_{(S)}(\vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{n} S = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \theta$$

Remarque : une bobine étant un empilement de spires planes d'orientations identiques, on aura

$$\Phi_{\text{bobine}}(\vec{B}) = N\Phi_{\text{spires}}(\vec{B}) = NBS \cos \alpha$$

où  $N$  est le nombre de spires dans la bobine,  $S$  la surface d'une spire et  $\alpha$  l'angle entre l'axe de la bobine et le champ magnétique.

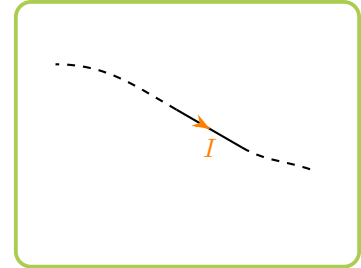
## II - Action d'un champ magnétique

### II.1 - Force de Laplace

Lorsqu'un courant traverse un conducteur placé dans un champ magnétique, les porteurs de charge en mouvement sont soumis à la force de Lorentz. Cette force induit une action sur le conducteur lui-même, que l'on peut décrire mathématiquement sous la forme de la force de Laplace.

#### a - Force élémentaire

On considère ici une portion infinitésimale d'un conducteur, parcourue par un courant  $I$ , placée dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$ . La longueur étant infiniment petite, on peut considérer d'une part que le champ  $\vec{B}$  y est uniforme et d'autre part que l'élément de circuit est assimilable à un segment de droite. On peut alors définir le vecteur élément de longueur  $d\vec{\ell}$ , colinéaire au conducteur, orienté dans le sens du courant et dont la norme est la longueur de l'élément de circuit.



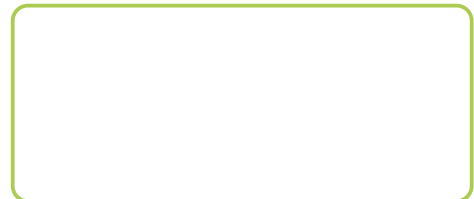
##### Définition : Force de Laplace élémentaire

La force magnétique qui s'exerce sur l'élément de circuit  $d\vec{\ell}$ , parcouru par un courant  $I$  et soumis à l'action d'un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  est

$$d\vec{F}_L = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

#### b - Force sur une portion de fil

Dans le cas d'une portion quelconque de conducteur, assimilable à un fil, placé dans un champ magnétique quelconque, on le divise en éléments de circuits élémentaires. La force de Laplace qui s'exerce sur la portion de fil est alors la somme des forces élémentaires



##### Définition : Force de Laplace sur une portion de fil

$$\vec{F}_L = \int_{M_1}^{M_2} d\vec{F}_L(M) = I \int_{M_1}^{M_2} d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

#### c - Cas d'un champ uniforme

##### Loi : Force de Laplace exercée par un champ uniforme

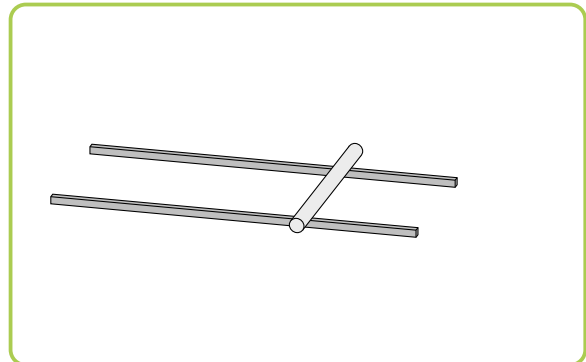
$$\vec{F}_L = I \overrightarrow{M_1 M_2} \wedge \vec{B} = I \vec{L} \wedge \vec{B}$$

## II.2 - Rails de Laplace

### a - Position du problème

La configuration des rails de Laplace est formée d'une barre conductrice horizontale pouvant se déplacer en translation sur deux rails parallèles. L'ensemble est parcouru par un courant  $I$  et plongé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  extérieur uniforme perpendiculaire au plan des rails.

Dans la configuration classique, le barreau mobile et les rails sont horizontaux et le champ magnétique vertical.



Vue du dessus :



### b - Force de Laplace sur la barre

$$\vec{F}_L =$$

**Loi : Force de Laplace exercée sur la barre mobile dans la configuration des rails de Laplace**

$$\vec{F}_L = I \overrightarrow{M_1 M_2} \wedge \vec{B} = I \vec{L} \wedge \vec{B} = ILB_z \vec{e}_x$$

*Remarque :*  $I$  et  $B_z$  sont algébriques, le sens de  $\vec{F}_L$  dépend de la situation physique (et son expression des orientations arbitraires choisies pour expliciter le problème).

### c - Puissance de la force de Laplace

Ici, la barre est en translation, on peut caractériser son mouvement par sa vitesse  $\vec{v} = v_x \vec{e}_x$ .

$$\mathcal{P}(\vec{F}_L) =$$

*Remarque :* en fonction des orientations du champ et du courant, la force de Laplace peut être motrice ( $\mathcal{P}(\vec{F}_L) > 0$ ) ou résistante ( $\mathcal{P}(\vec{F}_L) < 0$ ).

### d - Relation entre puissance et flux

Si on s'intéresse au flux à travers le circuit, c'est-à-dire au flux à travers la surface  $(S) = M_1M_2M_3M_4$ , orientée dans le sens du courant, on aura

$$\Phi_{(S)}(\vec{B}) =$$

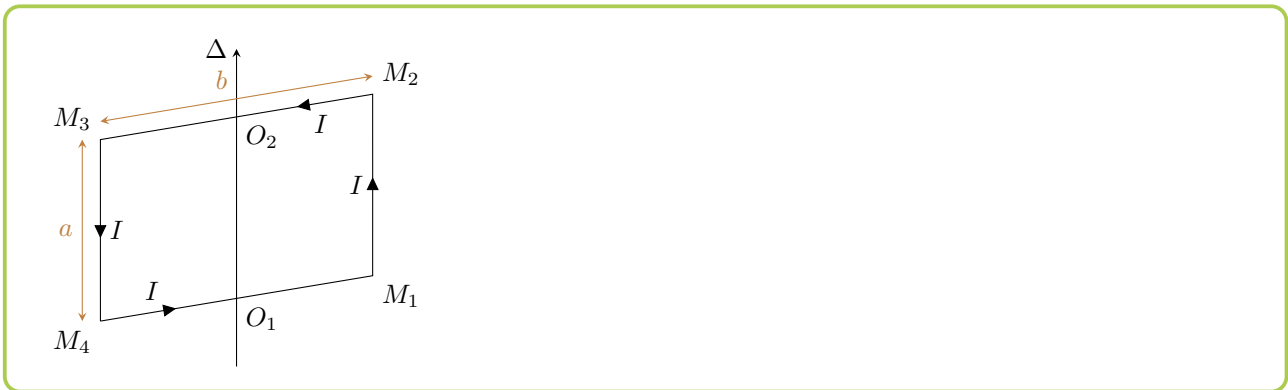
Lorsque la barre se déplace, la surface change et donc le flux également : on parle de flux balayé à travers la surface (une autre possibilité menant également à un flux balayé serait que le champ évolue en fonction du temps).

*Remarque :* une analyse dimensionnelle de cette relation amène à  $\left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = V$  ou  $Wb=Vs$ .

## II.3 - Spire rectangulaire en rotation

### a - Position du problème

On considère maintenant une spire plane rectangulaire, parcourue par un courant  $I$ , en rotation autour d'un axe  $(\Delta)$  passant par les milieux de deux côtés opposés du rectangle, le tout étant plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme et perpendiculaire l'axe de rotation.



### b - Résultante des forces de Laplace

Comme le circuit est fermé et le champ uniforme, on peut directement dire  $\vec{F}_{L,spire} = \vec{0}$ .  
Le mouvement éventuel de la spire sera une rotation autour de l'axe  $(\Delta)$ .

### c - Couple de la force de Laplace

Nous allons déterminer les moments par rapport à  $(\Delta)$  des forces de Laplace sur chacun des côtés de la spire.

**élément de circuit**

$$dM_{\Delta}(d\vec{F}_L) =$$

**côtés perpendiculaires à  $\Delta$  ( $M_4M_1$  ou  $M_2M_3$ )**

$$d\mathcal{M}_\Delta(d\vec{F}_L) =$$

**côtés parallèles à  $\Delta$  ( $M_1M_2$  ou  $M_3M_4$ )**

$$d\vec{F}_L =$$

bras de levier :  $d\mathcal{M}_\Delta(d\vec{F}_L) =$

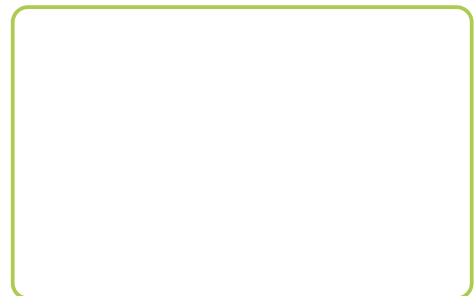
**couple résultant**

$$C_\Delta = \int_{\text{spire}} d\mathcal{M}_\Delta(d\vec{F}_L) =$$

### d - Flux magnétique à travers la spire

On oriente la spire selon le sens du courant, le flux à travers la spire est alors :

$$\Phi_{\text{spire}}(\vec{B}) =$$



### e - Puissance des forces de Laplace

$$\mathcal{P}(\vec{F}_L) =$$

3

## II.4 - Action de Laplace sur un dipôle magnétique quelconque

### a - Cas de la spire rectangulaire

Le moment magnétique de la spire est

$$\vec{\mathcal{M}} = IS \vec{n} = Iab \vec{n}$$

et le couple de la force de Laplace

$$\vec{C}_{O,L} = IBab \cos \varphi \vec{e}_z$$

soit

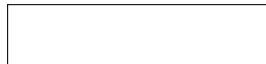
on remarque  $\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} =$

soit

### b - Généralisation à un dipôle magnétique quelconque

On généralise la relation précédente à un dipôle quelconque, caractérisé par son moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$

**Loi : Couple de Laplace sur un dipôle magnétique quelconque**



**Recherche des positions d'équilibre**

## II.5 - Effet moteur d'un champ tournant

### a - Principe du moteur synchrone

Lorsqu'un système quelconque possédant un moment magnétique est plongé dans un champ magnétique, l'effet des forces d'origine magnétique subies par le système tend à aligner le vecteur-moment avec le vecteur-champ. Si on conçoit un dispositif à l'intérieur duquel la direction du vecteur champ magnétique tourne, il est possible de mettre en rotation le système et donc d'envisager un moteur magnétique.

### b - Réalisation d'un champ tournant

#### Idée initiale

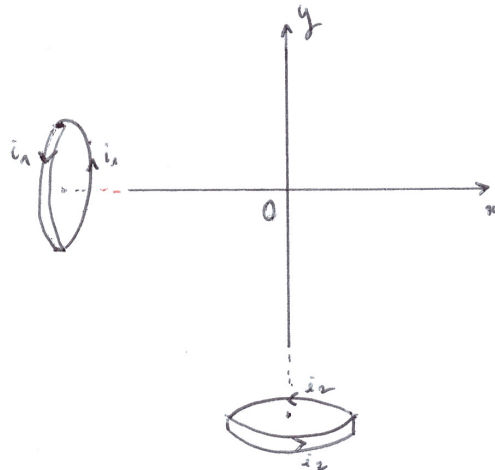
On peut, par exemple :

- créer un champ magnétique à l'aide d'une bobine ;
- placer un aimant permanent (=possédant un moment magnétique propre) à proximité ;
- faire tourner l'axe de la bobine, ce qui modifie la direction du champ magnétique et fait tourner l'aimant.

Cette idée n'est pas forcément ce qui est recherché parce que, pour faire tourner la bobine, qui est un objet matériel, il faut un moteur. On aurait donc besoin d'un premier moteur pour faire fonctionner un second moteur.

#### Dispositif à bobines déphasées

**Principe** On place deux bobines longues d'axes perpendiculaires. On note  $O$  l'intersection des deux axes et on choisit  $O$  à égales distances des deux bobines. Soient  $i_1$  et  $i_2$  les courants parcourant les deux bobines 1 et 2.



En  $O$ , le champ total est la somme des créés par chacune des deux bobines :

$$\forall t, \vec{B}(O, t) = \vec{B}_1(O, t) + \vec{B}_2(O, t)$$

En un point de l'axe d'une bobine, le champ est colinéaire à cet axe. D'autre part, on a vu que le champ magnétique créé par un dispositif parcouru par un courant électrique est proportionnel à l'intensité du courant <sup>1</sup>. Notons  $K_j$  le coefficient de proportionnalité pour la bobine  $j$ . On a, en  $O$  :

$$\vec{B}_1(O, t) = K_1(O) i_1(t) \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{B}_2(O, t) = K_2(O) i_2(t) \vec{e}_y$$

ou, si les deux bobines sont identiques

$$\vec{B}_1(O, t) = K(O) i_1(t) \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{B}_2(O, t) = K(O) i_2(t) \vec{e}_y$$

Pour obtenir un vecteur-champ magnétique total dont la direction tourne au cours du temps, il suffit d'alimenter les bobines avec des courants électriques synchrones (c'est-à-dire de même pulsation) et décalés temporellement (c'est-à-dire déphasés).

1. Par exemple, pour une bobine longue, le champ créé sur son axe est proportionnel à  $\mu_0 n$  où  $n$  est le nombre de spires par unité de longueur.

$$\begin{cases} \forall t, i_1(t) = i_{1m} \cos(\omega t + \varphi_1) \\ \forall t, i_2(t) = i_{2m} \cos(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

Dans ce cas, l'extrémité du vecteur-champ magnétique total décrit une ellipse<sup>2</sup> dans le plan  $(xOy)$ .

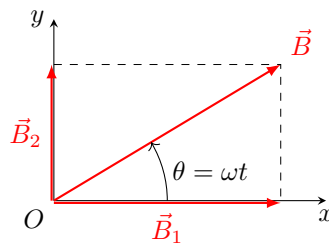
Si on choisit des amplitudes identiques ( $i_{1m} = i_{2m} = i_m$ ) et des bobines en quadrature de phase (par exemple  $\varphi_1 = 0$  et  $\varphi_2 = -\frac{\pi}{2}$ ) alors on obtient :

$$\forall t, \vec{B}(O, t) = K(O) i_m (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$$

Les composantes du vecteur-champ magnétique sont obtenues en projetant sur les axes :

$$\begin{cases} \vec{e}_x : \forall t, B_x(O, t) = K(O) i_m \cos(\omega t) \\ \vec{e}_y : \forall t, B_y(O, t) = K(O) i_m \sin(\omega t) \end{cases}$$

On reconnaît les équations paramétriques d'un cercle : l'extrémité du vecteur-champ magnétique total décrit un cercle de rayon  $K i_m$  à la vitesse angulaire  $\omega$  dans le plan  $(xOy)$ .



Il suffit alors de placer un aimant permanent en  $O$  et la direction de son moment magnétique suivra celle du champ magnétique, à la même vitesse angulaire : c'est le principe du moteur synchrone.

**Réalisation pratique** Pour des raisons pratiques (puissances moyennes plus élevées notamment), on préfère souvent réaliser le champ magnétique tournant avec trois bobines équi-réparties sur un cercle et déphasées les unes des autres de  $\frac{2\pi}{3}$ . C'est le principe des moteurs synchrones triphasés.

2. Relire par exemple la notice de travaux pratiques sur les déphasages et notamment la méthode de l'ellipse.