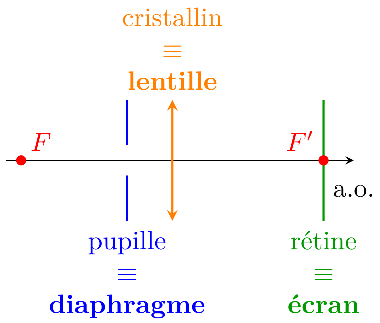
Correction OS – TD 3

Modèles de dispositifs optiques

Méthodes, compétences et savoirs-faire

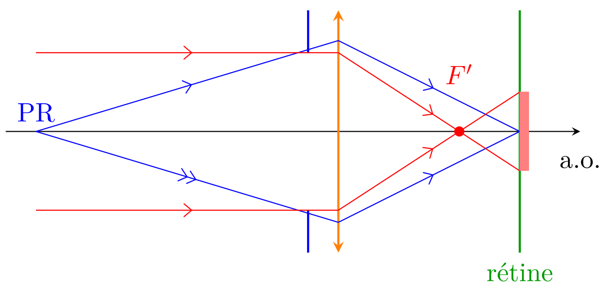
1 - Œil emmétrope et œil myope

1. 

2. Pour l'œil emmétrope au repos, le punctum remotum se situe à l'infini. L'image de ce point se forme donc sur le foyer principal image de la lentille modélisant le cristallin et on en déduit $\boxed{f' = d}$. F' est se situe donc sur la rétine et F est son symétrique par rapport à la lentille.
3. La distance entre le cristallin et la rétine est fixe, on en déduit que d reste constant. En revanche, les muscles du cristallin contractent ce dernier, le rendant plus convergent : f' diminue.
4. Pour un objet A au punctum remotum, son image A' se forme sur la rétine. On a alors $\overline{OA} = -r_m$ et $\overline{OA'} = d$. La formule de position avec origine au centre donne alors la focale :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_m} \quad \text{et donc} \quad \boxed{f'_m = \frac{d r_m}{d + r_m}}$$

A.N. : $f'_m = \frac{25 \times 1{,}8}{25+1{,}8} = 1{,}68\,\mathrm{cm}$.
Dans cette situation, l'image d'un point à l'infini se forme devant la rétine et forme donc une tâche sur celle-ci.



5. L'objectif est de ramener le punctum remotum à l'infini. Il faut donc que la focale f' du système {lunette + œil} soit égale à d, comme pour l'œil emmétrope. Pour un doublet accolé, on peut utiliser la formule du cours (à redémontrer si nécesaire) :

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_m} + \frac{1}{f'_\ell} \quad \text{soit} \quad \boxed{f'_\ell = \frac{f'_m d}{f'_m - d}}$$

Comme $f'_m < d$, on a forcément $f'_\ell < 0$: la lunette est divergente. A.N : $f'_\ell = -25\,\mathrm{cm}$ (soit une correction de -4 δ).
6. L'objectif est de former une image sur la rétine d'un objet à l'infini à travers le système constitué de la lunette (lentille $\mathcal{L}_1$) et du cristallin (lentille $\mathcal{L}_2$). On a alors la relation de conjugaison suivante :

$$A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F'_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'$$

La relation de position avec origine au centre de la lentille $\mathcal{L}_2$ donne

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2}$$

avec $f'_2 = f'_m$, $\overline{O_2A'} = d$ et $\overline{O_2F'_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1F'_1} = f'_\ell - D$. On trouve finalement

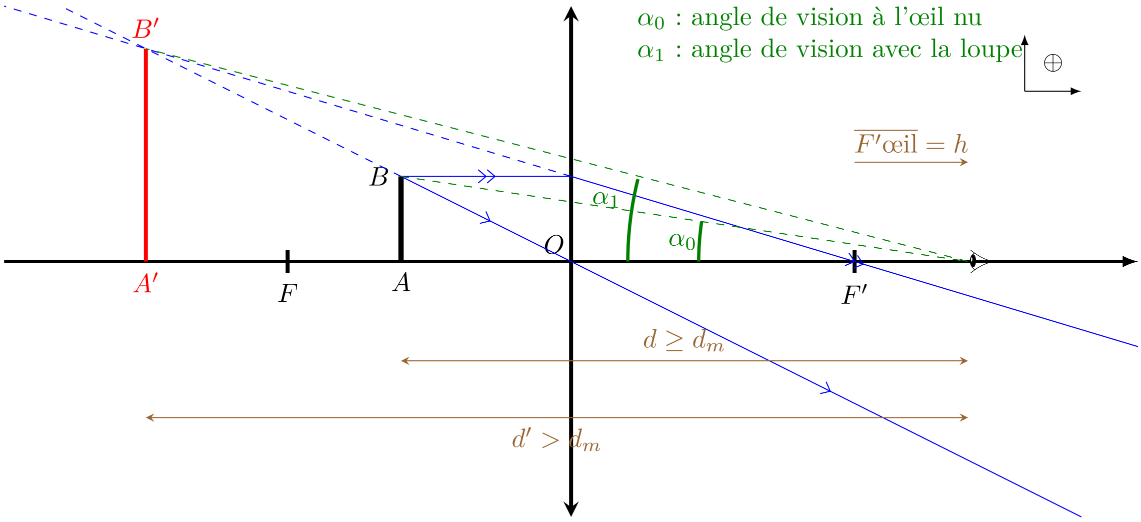
$$\boxed{f'_\ell = \frac{f'_m d}{f'_m - d} + D}$$

A.N. : $f'_\ell = -23\,\mathrm{cm}$

I - Principe de la loupe

Soit un objet $(AB) \perp (a.o)$. On pose $A \xrightarrow{\text{lentille}} A'$ avec A et A' sur l'axe.

1. L'image formée par une loupe bien utilisée est virtuelle.
2. L'objet doit être positionné entre le foyer objet de la lentille et son centre optique : $A \in [F; O[$.

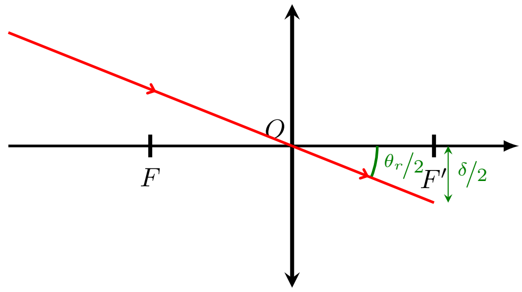


3. En orientant les angles positivement dans le sens horaire et les longueurs transverses positivement vers le haut, on a, d'après la figure ci-dessus : $\tan(\alpha_0) = \frac{\overline{AB}}{d}$ et $\tan(\alpha_1) = \frac{\overline{A'B'}}{d'}$. Dans les conditions de Gauss, on peut approximer la tangente de l'angle à l'angle (exprimé en radians). On en déduit : $G = \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\frac{d}{d'}$.
   Or, par définition $\gamma \equiv \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ d'où $\boxed{G = \gamma\dfrac{d}{d'}}$ CQFD.
4. L'œil sera au repos quand l'image formée par la loupe sera à l'infini. Il faut donc placer l'objet sur le point focal objet de la lentille. Cf Cours pour le schéma.
5. D'après la définition du grossissement commercial, il faut que l'objet soit vu sous l'angle le plus grand possible à l'œil nu. Il faut donc placer cet objet placé au *punctum proximum* et on aura alors $d = d_m = 25\,\text{cm}$.
6. Dans les conditions de définition du grossissement commercial, l'image est formée à l'infini et donc $\tan(\alpha_1) = \frac{\overline{AB}}{f'}$ (Cf Cours). Et on a aussi, $\tan(\alpha_0) = \frac{\overline{AB}}{d_m}$. On en déduit que, dans les conditions de Gauss $G \equiv \frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{d_m}{f'}$ d'où $\boxed{f' = \dfrac{d_m}{G}}$. A.N. : $f' = \frac{25\,\text{cm}}{5} = 5\,\text{cm}$.
7. Dans les conditions de définition du grossissement commercial, la position de l'œil n'a a priori aucune importance car l'image est à l'infini. On pourrait donc placer l'œil où on veut derrière la lentille. Néanmoins, pour respecter au mieux les conditions de Gauss qui permettent d'améliorer la netteté, on place l'œil de façon à ce que les rayons utiles pour l'œil soient paraxiaux. On met donc l'œil :
   — sur l'axe optique, pour que les rayons utiles entrent dans la loupe proches de l'axe optique ;
   — le plus près possible de la lentille, pour que les rayons utiles entrent dans la loupe avec des angles faibles.

   Placer l'œil près de la lentille permet aussi d'augmenter le champ de vision, c'est-à-dire la portion de l'espace qui est vue à travers la loupe.

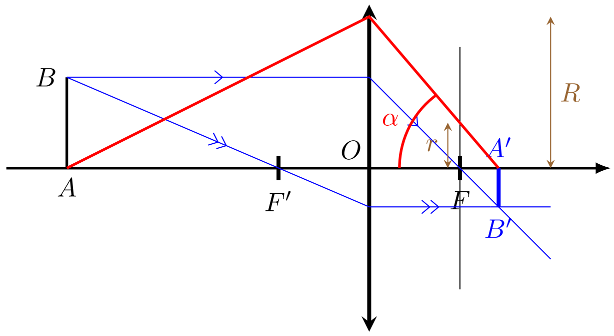
II - Œil

1. On trace le rayon passant par le centre optique de la lentille et atteignant le bord du récepteur centré sur l'axe optique :



   On a : $\tan\left(\frac{\theta_r}{2}\right) = \frac{\delta/2}{f'}$. Dans les conditions de Gauss, on peut également écrire $\tan\left(\frac{\theta_r}{2}\right) = \frac{\theta_r}{2}$.
   On a donc : $\boxed{\delta = \theta_r f'}$. A.N. : $\delta = 5{,}1\,\mu\text{m}$

2. Si l'œil n'accommode pas, la rétine se trouve toujours sur le plan focal image de la lentille. L'image d'un objet AB à distance finie ne se situe donc pas sur la rétine mais légèrement derrière :

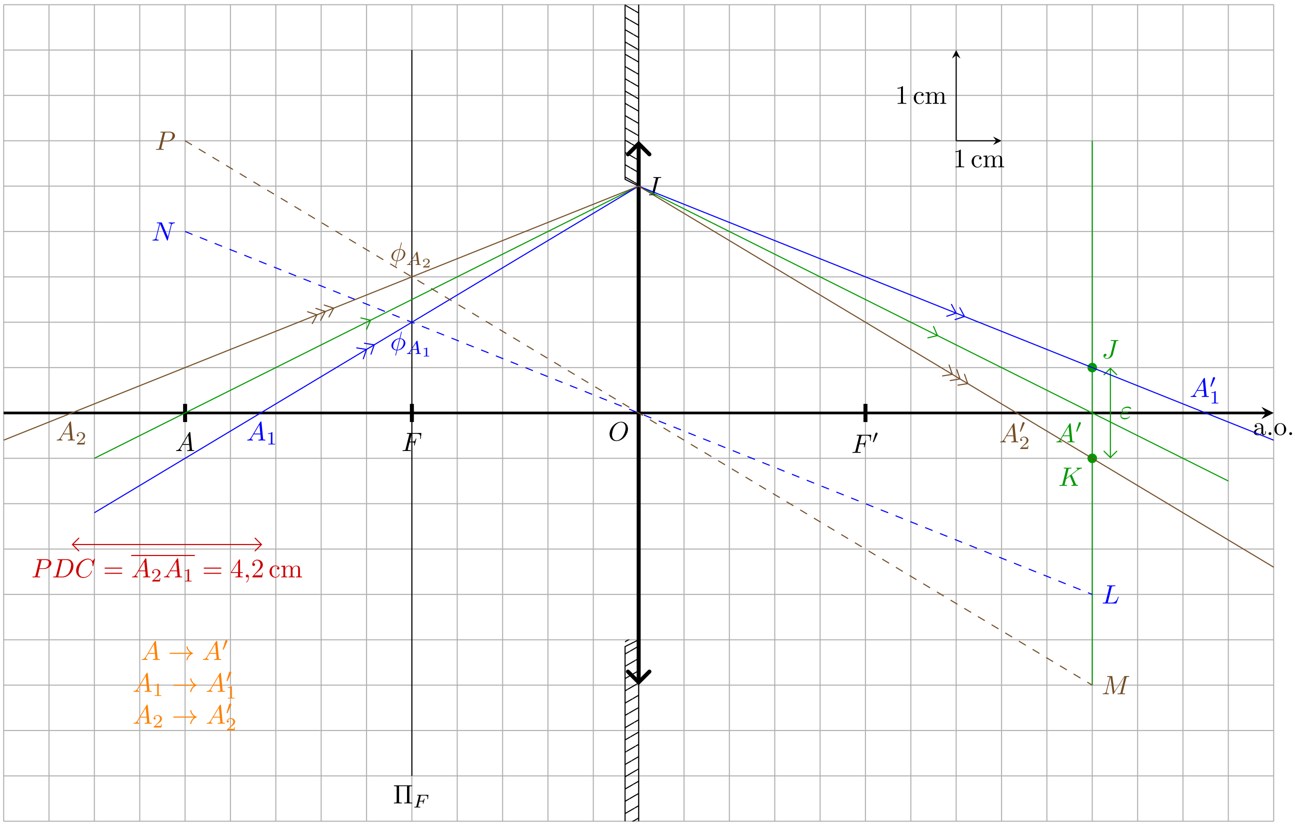


   Sur cette figure, on trace en rouge le rayon le plus incliné provenant de A, qui passe donc par le bord du diaphragme. r est alors la distance entre ce rayon et l'axe optique au niveau de la rétine.
   Si on note α l'angle de ce rayon avec l'axe optique, on a $\tan(\alpha) = \frac{R}{\overline{OA'}} = \frac{r}{\overline{F'A'}}$. Soit $r = R\frac{\overline{F'A'}}{f'+\overline{F'A'}}$. La formule de conjugaison de Newton donne $\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}}$. Comme $D \gg f'$, on peut écrire $\overline{FA} \approx \overline{OA} = D$ et $D + f' \approx D$.
   Et donc $\boxed{r = \dfrac{R.f'}{D}}$.

3. Pour que l'image de A ne se forme que sur une seule cellule photo-réceptrice, il faut $r < \frac{\delta}{2}$ donc $\frac{D}{f'} > \frac{2R}{\delta}$ et $D > \frac{2R.f'}{\delta}$.

   On a bien une distance minimum : $\boxed{D_{min} = \dfrac{2R.f'}{\delta}}$. A.N. : $D_{min} = 6{,}8\,\text{m}$.

III - Profondeur de champ



1. On mesure $PDC = \overline{A_2A_1} = 4{,}2\,\mathrm{cm}$. Détails de la construction :
   (a) Tracés en noir sur le schéma : on choisit une échelle où un carreau représente 1 cm longitudinalement et 0,5 cm transversalement. On construit l'axe optique, la lentille (y compris le centre optique O, les foyers F et F'), le diaphragme (point I en particulier) et l'objet A.
   (b) Tracés en vert sur le schéma : on construit l'image A' de A. Sa position donne la position du capteur, on peut ainsi tracer le pixel central et donc ses extrémités J et K (tracés en vert sur le schéma). La construction du point A', image de A n'a pas été détaillée pour ne pas alourdir le corrigé. Mais il faut être capable de construire A'.
   (c) Tracés en bleu sur le schéma : on construit A'_1 puis A_1. La droite (NL), parallèle au rayon réfracté à deux chevrons passant par I et J, sert de rayon auxiliaire pour la construction du rayon incident à deux chevrons. (Astuce de construction : pour assurer le parallélisme de (IJ) et (NL), on s'assure que $[OI] = [LJ]$). (NL) coupe le plan focal objet Π_F en Φ_{A_1}, foyer secondaire objet de la lentille. Le rayon incident à deux chevrons est confondu avec $(I\Phi_{A_1})$ et coupe l'axe en A_1.
   (d) Tracés en marron sur le schéma : on construit A'_2 puis A_2 : La droite (PM), parallèle au rayon réfracté à trois chevrons, sert de rayon auxiliaire pour la construction du rayon incident à trois chevrons. (Astuce de construction : pour assurer le parallélisme de (IK) et (OM), on s'assure que $[OI] = [KM]$). (PM) coupe le plan focal objet Π_F en Φ_{A_2}, foyer secondaire objet de la lentille. Le rayon incident à trois chevrons est confondu avec $(I\Phi_{A_2})$ et coupe l'axe en A_2.
2. $PDC = 2\varepsilon d^2 \frac{NO}{f'^2} = 2\frac{1\,\mathrm{cm}\times(10\,\mathrm{cm})^2\times 1}{(5\,\mathrm{cm})^2} = 8\,\mathrm{cm}$. Il est évident que les hypothèses de la notice ne sont pas vérifiées puisque $f' = 5\,\mathrm{cm}$ n'est pas très petit devant $d = 10\,\mathrm{cm}$, et $\varepsilon d = 10\,\mathrm{cm}^2$ n'est pas très petit devant $Df' = 25\,\mathrm{cm}^2$. Il n'est donc pas étonnant que la mesure ne corresponde pas du tout à ce modèle.
   Remarque : un modèle plus complexe, valable dans les conditions de l'exercice, prévoit que
   $$PDC = \varepsilon d(d-f')\frac{2Df'}{(Df')^2 - (\varepsilon(d-f'))^2}$$
   L'application numérique donnerait alors $PDC = 4{,}2\,\mathrm{cm}$, c'est-à-dire le résultat mesuré.