OS – TD 8

Impédances complexes et régimes sinusoïdaux forcés

Tous les exercices supposent qu'un régime permanent sinusoïdal forcé est atteint pour chacun des circuits étudiés.

Méthodes, compétences et savoirs-faire

Cahier d'entraînement

Fiche d'entraînement n°7 – Étude des filtres – Exercices 7.1 à 7.6

1 - Formalisme complexe

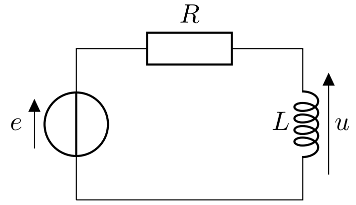
Donner l'amplitude complexe ou le signal réel dans les cas suivants, en supposant le régime sinusoïdal forcé de pulsation ω.

- ▹ $u(t) = U_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{4})$
- ▹ $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \psi)$
- ▹ $s(t) = S_m \sin(\omega t)$
- ▹ $\underline{U_m} = U_m \mathrm{e}^{-j\pi/3}$
- ▹ $\underline{I_1} = -\frac{jU_0}{R}$
- ▹ $\underline{I} = -I_m \mathrm{e}^{j\pi/6}$

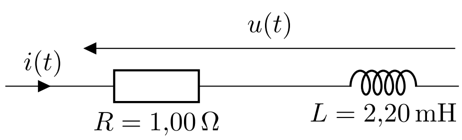
2 - Circuit simple en RSF

Soit le circuit ci-contre. La fem délivrée par le générateur de tension est sinusoïdale : $e(t) = E\cos(\omega t)$.

1. Déterminer l'expression de $\underline{u}$ en fonction de $\underline{e}$.
2. En déduire l'équation différentielle reliant $e(t)$ et $u(t)$.
3. Déterminer
   (a) l'amplitude réelle U de $u(t)$,
   (b) le déphasage φ de u par rapport à e.



I - Association RL série

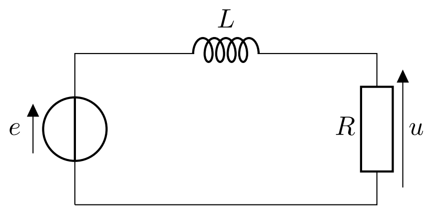


1. Quelle est l'expression littérale de l'impédance du dipôle équivalent à l'association du résistor et de la bobine parfaite ?

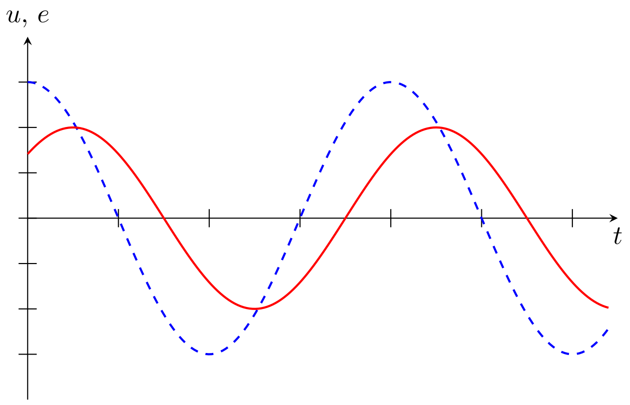
On donne : $u(t) = 230\sqrt{2}\cos(100\,\pi\,t)$ avec u en volts et t en secondes.

2. Déterminer l'expression de i en fonction du temps. En déduire si i est en avance ou en retard sur u.
3. Parmi les propositions suivantes quelle est celle qui est correcte :
   (a) amplitude : 125 A ; 267 A ; 325 A ?
   (b) phase : 0,604 rad ; −0,604 rad ; 1,604 rad ?

On considère maintenant le circuit suivant :



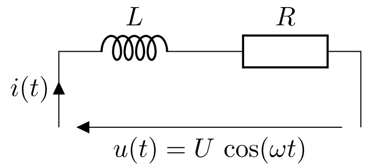
Le GBF impose une tension sinusoïdale de fréquence $f = 10\,\mathrm{kHz}$ et la résistance R est égale à $470\,\Omega$. On obtient sur l'écran d'un oscilloscope la représentation des signaux $e(t)$ (en pointillé bleu) et $u(t)$ (en rouge). Le calibre des deux voies est le même.



4. Déterminer la valeur du déphasage entre les signaux.
5. Déterminer la valeur de L.

II - Annulation du déphasage dans un moteur

On considère le montage ci-contre modélisant un moteur fonctionnant en régime sinusoïdal forcé.

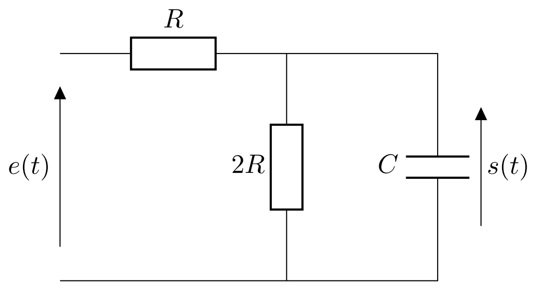


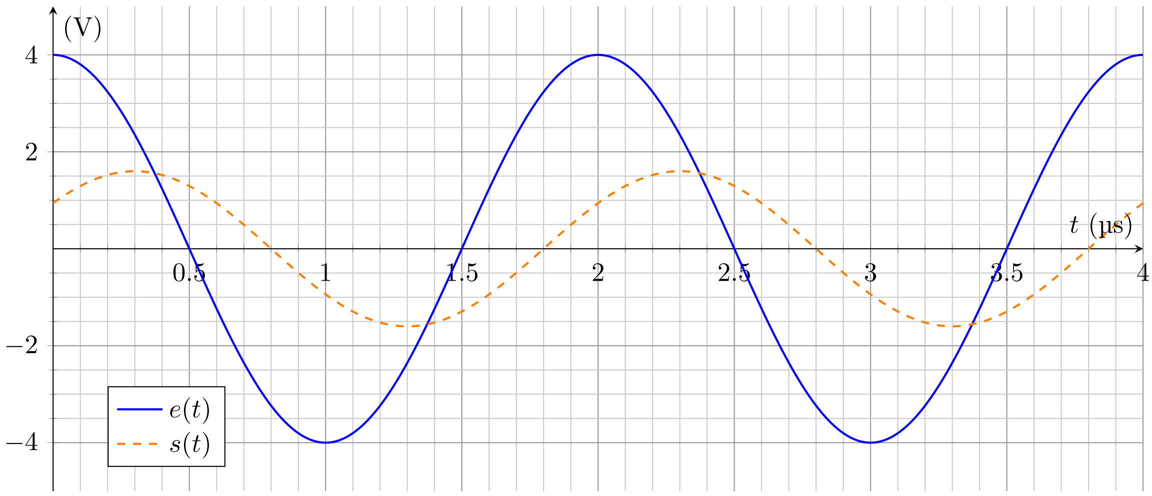
1. Déterminer $\underline{Z_e}$ l'impédance équivalente du montage puis exprimer l'intensité complexe$\underline{i}$ en fonction de la tension complexe $\underline{u}$ et des données du problème. En déduire une expression littérale pour l'intensité $i(t)$ du courant circulant dans le moteur sous la forme $i(t) = I\,\cos(\omega t + \varphi)$.
2. Sachant que la fréquence$f$ est de $50\,\mathrm{Hz}$, $R = 4{,}0\,\Omega$, $U = 220\,\mathrm{V}$ et $I = 33\,\mathrm{A}$, en déduire la valeur de L.
3. Calculer la valeur numérique de φ dans cette situation. Le courant $i(t)$ est-il en avance ou en retard par rapport à la tension $u(t)$?
4. On ajoute en parallèle du moteur un condensateur de capacité C. Déterminer $\frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{eq}}}$ où $\underline{Z}_{\mathrm{eq}}$ est la nouvelle impédance équivalente du montage.
5. Que vaut le déphasage entre $i(t)$ et $u(t)$ si l'impédance est réelle ? En déduire la valeur de la capacité C à choisir pour annuler le déphasage φ entre l'intensité $i(t)$ arrivant dans le montage global et la tension à se bornes. Faire l'application numérique.

III - Détermination d'une capacité inconnue

On considère le circuit ci-contre où $R = 1{,}0\,\mathrm{k}\Omega$.

L'oscillogramme représentant l'évolution temporelle de $s(t)$ et $e(t)$ est le suivant :



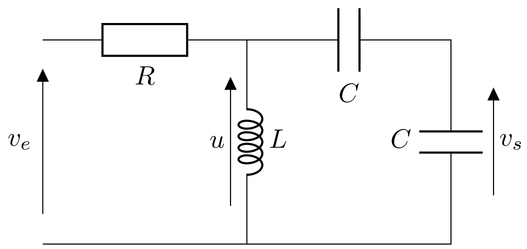


Estimer la valeur numérique de la capacité C

IV - Étude complète d'un filtre

Début d'un exercice qui sera terminé au prochain TD.

On considère le circuit précédent du point de vue du filtrage. On considère que la tension d'entrée est de la forme $v_e(t) = v_{em}\cos(\omega t)$ et que le régime sinusoïdal forcé permanent est atteint.



1. Étudier les circuits équivalents limites aux basses et hautes fréquences (BF et HF) afin de déterminer les valeurs de v_s.
2. Expliquer pourquoi un pont diviseur de tension n'est pas possible directement entre v_s et v_e.
3. Déterminer l'expression de la fonction de transfert de ce filtre $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}$. On utilisera pour cela deux ponts diviseurs de tension : entre v_s et u d'une part, et entre u et v_e d'autre part.

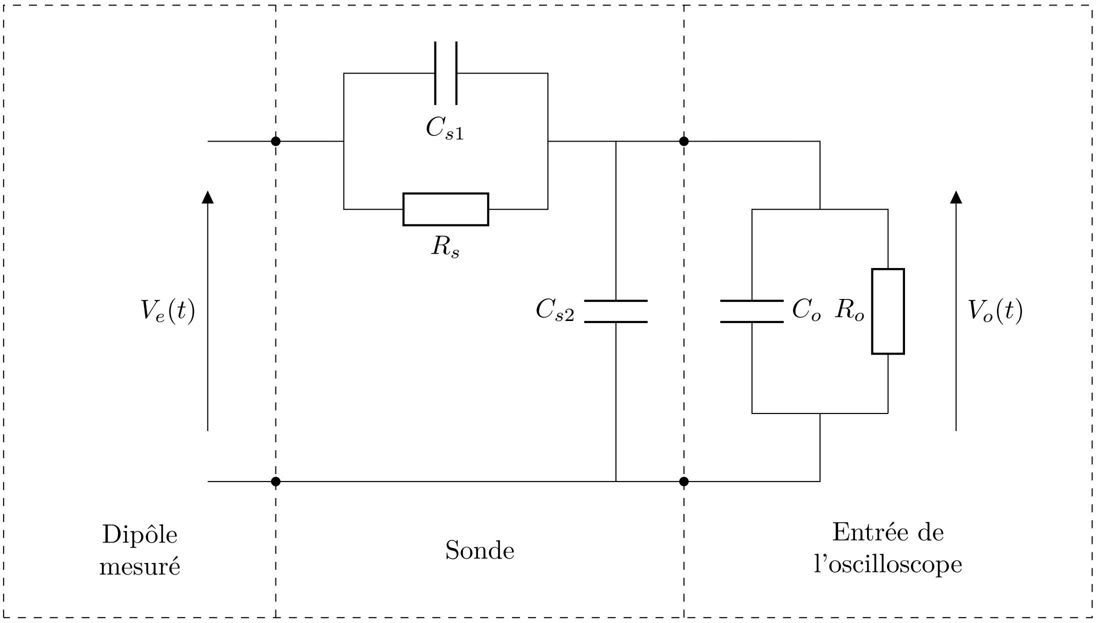
V - Résonance en tension aux bornes de la bobine

On s'intéresse à un circuit RLC série soumis à une fem de la forme $e(t) = e_m\cos(\omega t)$ et on étudie la résonance en tension aux bornes de la bobine $u(t) = u_m\cos(\omega t + \varphi)$.

1. On pose $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{LC}$, $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$. Donner le nom et l'unité usuels de ces trois grandeurs.
2. Montrer qu'on a
$$\underline{u_m} = \frac{e_m}{1 - \frac{1}{x^2} - j\frac{1}{Qx}}$$
3. Faire l'étude de u_m en fonction de la fréquence. Montrer qu'on peut avoir résonance à la fréquence
$$f_r = \frac{f_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$
4. Tracer l'allure de u_m en fonction de x pour $e_m = 3{,}0\,\mathrm{V}$ et $Q = 3{,}0$ puis $Q = 0{,}50$.
5. Déterminer $u(t)$ pour $f = f_0$. Y a-t-il un risque de surtension ?

VI - Sonde atténuatrice d'oscilloscope

Lorsqu'un signal a une amplitude trop importante, on ne peut pas l'observer directement à l'oscilloscope parce qu'on risque de détériorer l'électronique de l'oscilloscope et/ou d'observer un signal « écrêté » (au delà d'une certaine tension, l'oscilloscope ne peut plus afficher le signal (la limite est environ 300 V pour les oscilloscopes du laboratoire)). On introduit alors, entre l'entrée de l'oscilloscope et la tension à observer, une sonde atténuatrice.



Ci-dessus, une sonde atténuatrice d'oscilloscope modélisée comme un quadripôle intercalé entre le dipôle mesuré et l'entrée de l'oscilloscope. La capacité C_{s2} est la capacité associée au câble de la sonde et vaut typiquement 100 pF. La résistance R_s et la capacité C_{s1} sont réglables et permettent d'ajuster le fonctionnement de la sonde au comportement désiré.

1. Déterminer le rapport $\frac{v_o}{v_e}$ en régime statique. Comment choisir les résistances pour que la sonde soit « une sonde atténuatrice au dixième » en régime statique ?
2. Déterminer la transmittance complexe $\underline{H}$ pour laquelle l'entrée est v_e et la sortie est v_o.
3. Déterminer le module et l'argument de la transmittance complexe $\underline{H}$.
4. À quelle condition $\underline{H}$ est un réel positif quelle que soit la fréquence ? Quel est l'intérêt d'un telle situation ?
5. Quelle est la valeur de $\underline{H}$ dans la condition précédente ? Dépend-elle de la fréquence ? Pourquoi est-ce important ?
6. Pour les oscilloscopes dont dispose le laboratoire, on a : $R_o = 1{,}0\,\text{M}\Omega$ et $C_o = 16\,\text{pF}$. Comment doit-on choisir R_s et C_{s1} pour que la sonde permette une atténuation au dixième indépendante de la fréquence ?