Correction OS – TP 12

Caractéristiques et propagation d'un signal

II - Propagation du signal ultrasonore

1. On règle le GBF pour qu'il émette un signal sinusoïdal de fréquence 40 kHz. On affine ensuite cette fréquence de façon à ce que le signal au niveau du récepteur (CH2) ait une amplitude maximale : ceci est atteint pour un fréquence, au niveau du GBF, de 40,34 kHz. On utilise l'outil de mesure, au niveau de l'oscilloscope, pour déterminer f : les valeurs oscillent entre $f_{min} = 40{,}29\,\text{kHz}$ et $f_{max} = 40{,}39\,\text{kHz}$. On en déduit
$$\overline{f} = \frac{f_{min} + f_{max}}{2} = 40{,}34\,\text{kHz} \quad \text{et} \quad p = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} = 0{,}05\,\text{kHz}$$
2. On adopte un modèle rectangulaire pour l'incertitude, on a alors $u(f) = \frac{p}{\sqrt{3}} = 0{,}0289\,\text{kHz}$ et donc
$$\boxed{f = (\,40{,}340\,;\,0{,}029\,)\,\text{kHz}}$$
3. Le signal sur la voie 2 atteint son maximum avant celui sur la voie 1 : le signal sur CH2 (récepteur) est en avance par rapport au signal sur CH1 (émetteur).
4. On pointe le maximum de chaque courbe avec les curseurs, l'oscilloscope indique alors $\Delta t = 6{,}62\,\mu\text{s}$. On en déduit le déphasage :
$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} = f\Delta T \quad \text{soit} \quad \Delta\varphi = 2\pi f \Delta t$$
A.N. (en °) : $\Delta\varphi = 360\,° \times 40{,}34\,\text{kHz} \times 6{,}62\,\mu\text{s} = 103{,}4\,°$. Le signal sur CH2 étant en avance, on en déduit finalement $\Delta\varphi_{21} = +103{,}4\,°$.
La mesure du déphasage directement par l'oscilloscope donne : $\varphi_{21} = 96\,°$. Sans détermination précise des incertitudes de mesures, il est impossible de comparer proprement les mesures grâce un Z-score, on peut cependant dire que les deux résultats sont très proches, et donc que les mesures *semblent* compatibles.
La distance Δx correspondant au déphasage $\Delta\varphi$ est donnée par $\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \Delta t T$ soit $\Delta x = \lambda \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$.
Le signal sur CH2 étant en avance, il faudrait le reculer de Δx pour retrouver deux signaux en phase. L'énoncé demandant de rapprocher le récepteur de l'émetteur, la distance est alors égale à
$$\boxed{\lambda - \Delta x = \lambda\left(1 - \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\right)}.$$
5. On passe en mode d'acquisition XY. et on cherche une position pour laquelle les signaux sont en phase : on observe alors un segment de pente positive au lieu d'une ellipse à l'oscilloscope. Cela arrive pour x compris entre $x_{10,min} = 41{,}6\,\text{cm}$ et $x_{10,max} = 41{,}8\,\text{cm}$. On en déduit
$$\boxed{x_{10} = 41{,}7\,\text{cm} \quad \text{et} \quad e(x_{10}) = 2\,\text{mm}}$$
6. Après cinq nouvelles annulations du déphasage, les deux signaux sont de nouveau en phase pour x compris entre $x_{60,min} = 45{,}9\,\text{cm}$ et $x_{60,max} = 46{,}1\,\text{cm}$. On en déduit
$$\boxed{x_{60} = 46\,\text{cm} \quad \text{et} \quad e(x_{60}) = 2\,\text{mm} = e(x_{10}) = e}$$
7. Les signaux se retrouvent en phase à chaque fois qu'on déplace le récepteur de λ. On a donc $x_{60} - x_{10} = 5\lambda$ soit $\lambda = \frac{x_{60} - x_{10}}{5}$. A.N. : $\lambda = \frac{46 - 41{,}7}{5} = 0{,}86\,\text{cm}$.
Si on note u l'incertitude sur les mesures de x_{60} et x_{10}, on a $u = \frac{e}{2\sqrt{3}} = 0{,}577\,\text{mm}$, en prenant un modèle rectangulaire. Le calcul des incertitudes composées donne alors
$$u(\lambda) = \frac{\sqrt{u(x_{10})^2 + u(x_{60})^2}}{5} = \frac{\sqrt{2}\,u}{5} \quad \text{A.N. :} \quad u(\lambda) = 0{,}163\,\text{mm}$$
Le résultat du mesurage s'écrit finalement
$$\boxed{\lambda = (\,8{,}60\,;\,0{,}16\,)\,\text{mm}}$$

On en déduit enfin la célérité de l'onde c par la formule $\lambda = \frac{c}{f}$ et donc $c = \lambda f$.
A.N. $c = 8{,}60\,\mathrm{mm} \times 40{,}34\,\mathrm{kHz} = 346{,}9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.
L'incertitude sur c est donnée par $u(c) = c\sqrt{\left(\frac{u(f)}{f}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$.
A.N. : $u(c) = 346,9\sqrt{\left(\frac{0{,}029}{40{,}34}\right)^2 + \left(\frac{0{,}16}{8{,}6}\right)^2} = 6{,}59\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Le mesurage de c s'écrit finalement

$$\boxed{c_1 = (\,346{,}9\,;\,6{,}6\,)\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$$

III - Mesures de vitesse de phase et de longueur d'onde

1. Le récepteur est positionné en $x_1 = 45{,}6\,\mathrm{cm}$, l'étendue de mesure étant donnée par une graduation du banc : $e(x) = 1\,\mathrm{mm}$. Pour mesurer le temps de propagation entre l'émetteur et le récepteur, on positionne un des curseurs de l'oscilloscope sur un front montant au niveau de l'émetteur (CH1) et l'autre curseur sur l'arrivée du « paquet » d'onde au niveau du récepteur (CH2). On mesure alors $t_1 = 240\,\mathrm{\mu s}$, avec une étendue $e(t) = 20\,\mathrm{\mu s}$.
2. On place maintenant le récepteur en $x_2 = 55{,}6\,\mathrm{cm}$, l'étendue de mesure est toujours $e(x)$.Grâce à l'outil curseur de l'oscilloscope, on mesure le nouveau temps de propagation $t_2 = 530\,\mathrm{\mu s}$, l'étendue de mesure étant identique à la mesure précédente $e(t)$.
3. Entre les deux positions du récepteur, la distance est $\Delta x = x_2 - x_1$ et le temps de propagation $\Delta t = t_2 - t_1$. La célérité de l'onde est donc
$$\boxed{c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$
A.N. : $c = \frac{(55{,}6-45{,}6)10^{-2}}{(530-240)10^{-3}} = 344{,}8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.
Remarque : le fait de *décaler* le récepteur et de mesurer le temps de propagation entre les deux positions de celui-ci et non par rapport à l'émetteur permet de ne pas avoir à prendre en compte le décalage entre la mesure de x faite sur le banc et la position réelle du récepteur.
L'incertitude sur Δx est $u(\Delta x) = \sqrt{2}u(x) = \frac{\sqrt{2}e(x)}{2\sqrt{3}} = 0{,}408\,\mathrm{mm}$, l'incertitude sur Δt est $u(\Delta t) = \sqrt{2}u(t) = \frac{\sqrt{2}e(t)}{2\sqrt{3}} = 8{,}16\,\mathrm{\mu s}$.
L'incertitude sur c est alors $u(c) = c\sqrt{\left(\frac{u(\Delta x)}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2} = 344{,}8\sqrt{\left(\frac{0{,}408}{100}\right)^2 + \left(\frac{8{,}16}{290}\right)^2} = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Finalement
$$\boxed{c_2 = (\,344{,}8\,;\,9{,}8\,)\,\mathrm{m\,s^{-1}}}$$
4. On peut supposer que la température de la salle de TP est de $20\,°\mathrm{C}$, on aura alors $c_{ref} = 343{,}4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. L'incertitude sur cette valeur de référence est reliée à l'incertitude sur la température. D'après le tableau donné dans l'énoncé, on peut adopter un modèle triangulaire (la température la plus probable étant $20\,°\mathrm{C}$) et $e(c_{ref}) = c(25\,°\mathrm{C}) - c(15\,°\mathrm{C}) = 5{,}8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, l'incertitude est alors $u(c_{ref}) = \frac{e(c_{ref})}{2\sqrt{6}} = 1{,}18\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.
On peut alors calculer les différents Z-scores par la formule $Z = \frac{c_2 - c_1}{\sqrt{u(c_2)^2 + u(c_1)^2}}$. On obtient le tableau suivant :

Valeurs comparées	Z-score
c_1 - c_2	0,18
c_1 - c_{ref}	0,53
c_2 - c_{ref}	0,14

Toutes les valeurs sont donc compatibles entre elles.
5. On zoome à l'oscilloscope sur le début du « paquet » d'onde arrivant sur le récépteur de façon à voir plusieurs oscillations. L'outil mesure est alors capable de déterminer la fréquence de ces oscillations, avec des valeurs extrêmes $f_{\min} = 40{,}37\,\mathrm{kHz}$ et $f_{\max} = 41{,}03\,\mathrm{kHz}$ [1].
On a alors $\overline{f} = \frac{f_{\max} + f_{\min}}{2}$ et $u(f) = \frac{e(f)}{2\sqrt{3}} = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{2\sqrt{3}}$, ce qui donne le mesurage suivant :
$$\boxed{f = (\,40{,}70\,;\,0{,}19\,)\,\mathrm{kHz}}$$

1. On peut également passer par la détermniation de la période T du signal grâce à l'outil curseur en pointant deux maximums séparés de par exemple 10 périodes de façon à minimiser l'incertitude de lecture.

On réalise un Z-score pour comparer les deux valeurs, en notant f_1 celle obtenue à la question II-1 et f_2 celle obtenue à cette question :

$$Z(f) = \frac{|f_2 - f_1|}{\sqrt{u(f_1)^2 + u(f_2)^2}} = 1,87$$

Les deux mesures sont compatibles, bien que l'on soit très proche de la limite.

6. On en déduit une nouvelle estimation λ_2 de la longueur d'onde par $\lambda_2 = \frac{c_2}{f_2} = 8{,}472\,\mathrm{mm}$ avec une incertitude donnée par $u(\lambda_2) = \lambda_2 \sqrt{\left(\frac{u(f_2)}{f_2}\right)^2 + \left(\frac{u(c_2)}{c_2}\right)^2} = 0{,}244\,\mathrm{mm}$. Finalement

$$\boxed{\lambda = (\,8{,}47\,;\,0{,}24\,)\,\mathrm{mm}}$$

Remarque : on peut calculer un Z-score sur les deux estimations de λ qui donne $Z(\lambda) = \frac{|\lambda_2 - \lambda_1|}{\sqrt{u(\lambda_1)^2 + u(\lambda_2)^2}} = 0,43$: les deux mesures sont compatibles.

On a la relation $u^2(\lambda) = \lambda^2 \left[\left(\frac{u(f)}{f}\right)^2 + \left(\frac{u(c)}{c}\right)^2\right]$. Comme $u^2(c) = c^2 \left[\left(\frac{u(\Delta x)}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2\right]$, on en déduit

$$u^2(\lambda) = \lambda^2 \left[\left(\frac{u(f)}{f}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta x)}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2\right]$$

Les contributions à la variance des trois grandeurs d'entrée sont ainsi

$$C_V(f) = \left(\frac{\lambda\, u(f)}{f\, u(\lambda)}\right)^2 \quad , \quad C_V(\Delta x) = \left(\frac{\lambda\, u(\Delta x)}{\Delta x\, u(\lambda)}\right)^2 \quad , \quad C_V(\Delta t) = \left(\frac{\lambda\, u(\Delta t)}{\Delta t\, u(\lambda)}\right)^2$$

On obtient $\boxed{C_V(f) = 2{,}6\,\%,\ C_V(\Delta x) = 2{,}0\,\%,\ C_V(\Delta t) = 95{,}4\,\%}$.
L'incertitude sur λ est essentiellement due aux imprécisions sur la mesure de Δt.

IV - Mesures de déphasages

1. On place le récepteur sur une position où les deux signaux sur CH1 (émetteur) et CH2 (récpeteur) sont en phase, puis on le déplace de $\Delta x = 2\,\mathrm{mm}$. On voit que le signal sur CH2 est en retard sur CH1 et on mesure alors grâce aux curseurs le décalage temporel $\Delta t = 80\,\mathrm{\mu s}$. L'outil mesure nous donne également $\varphi_{21} = -110\,°$.
2. En appliquant la formule $\Delta t = \frac{\Delta x}{c}$ on aurait $\Delta t = \frac{2\,\mathrm{mm}}{344{,}8\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 5{,}8\,\mathrm{\mu s}$. Comme $\Delta t < T/2 = 24{,}8\,\mathrm{\mu s}$, le signal est bien en retard de $5{,}8\,\mathrm{\mu s}$. Les deux valeurs sont relativement proches, sachant que l'incertitude relative sur Δx est certainement très élevée. Un calcul de Z-score permettrait de conclure sur la compatibilité de ces deux estimations.
3. On a de même $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = 360\,°\frac{2\,\mathrm{mm}}{8{,}6\,\mathrm{mm}} = 84\,°$

   Remarque : on devrait en théorie avoir $\dfrac{\Delta x}{\lambda} = \dfrac{\Delta t}{T} = \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi}$ or expérientalement $\dfrac{\Delta x}{\lambda} = 0{,}233$, $\frac{\Delta t}{T} = 0{,}314$ et $\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = 0{,}306$. On constate que les deux derniers ratios sont bien cohérents entre eux et que le facteur principal d'incohérence provient certainement de l'estimation de Δx.