

Correction OS – TP 4

Focométrie de lentilles convergentes

Remarque préliminaire : pour la rédaction de cette correction, on supposera que la lentille manipulée avait une vergence de $V = 5\delta$, soit une focale $f' = 20\text{ cm}$. Les résultats des opérations de mesurage sont bien sûr arbitraires et à remplacer par les valeurs réellement obtenues pendant le TP.

II - Focométrie des lentilles minces

II.1 - Méthode d'autocollimation

- On effectue 5 mesures de f' par la méthode d'autocollimation : on fixe la lanterne sur le banc optique, on accole une feuille de papier faisant office d'écran au niveau de la lettre et on note sa position x_0 . Puis on déplace l'ensemble {lentille+miroir} jusqu'à voir nette sur la feuille la lettre renversée. On note alors la position de la lentille x_i sur le banc. On a alors $f'_i = x_i - x_0$.

On obtient le tableau suivant :

| | x_0 | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (cm) | 40,0 | 58,7 | 59,4 | 61,7 | 59,9 | 60,2 |
| f' (cm) | | 18,9 | 19,4 | 21,7 | 19,9 | 20,2 |

On retient donc $\bar{f}' = \frac{21,7+18,9}{2} = 20,3\text{ cm}$ et $e = 21,7 - 18,9 = 2,8\text{ cm}$.

- (a) Le banc optique est gradué en millimètres, on en déduit $u_{f',lec} = \frac{1\text{ mm}}{\sqrt{6}} = 0,41\text{ mm}$.
- (b) On a directement $u_{f',map} = \frac{e}{2\sqrt{3}} = \frac{28\text{ mm}}{2\sqrt{3}} = 8,08\text{ mm}$.
- (c) Finalement $u_{f'}^2 = u_{f',lec}^2 + u_{f',map}^2 = 65,45\text{ mm}^2$, soit $u_{f'} = 8,09\text{ mm}$.
- Par la méthode d'autocollimation trouve $f'_a = (20,30 ; 0,81) \text{ cm}$

II.2 - Méthode de Bessel

- Il faut $D > 4f'$ soit, d'après la valeur obtenue par autocollimation, $D > 81,2\text{ cm}$.

On fait 5 séries de mesures, pour des valeurs différentes de D . On mesure à chaque fois, les deux positions de la lentille p_1 et p_2 sur l'axe optique permettant de voir une image nette de l'objet sur l'écran (en fixant le zéro du banc sur la position de l'objet). On calcule alors $d = |p_2 - p_1|$ puis $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.

On obtient le tableau suivant, où toutes les longueurs sont exprimées en cm :

| D | p_1 | p_2 | d | f' |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 90 | 30,2 | 59,4 | 29,2 | 20,13 |
| 100 | 27,9 | 72,4 | 44,5 | 20,05 |
| 120 | 25,5 | 94,0 | 68,5 | 20,22 |
| 140 | 24,5 | 117,2 | 92,7 | 19,65 |
| 150 | 23,8 | 125,2 | 101,4 | 20,36 |

- On trouve $\bar{f}' = 20,0847\text{ cm}$, $u_{f'_i} = 0,267\text{ cm}$ et donc $u_{\bar{f}'} = \frac{u_{f'_i}}{\sqrt{5}} = 0,119\text{ cm}$.

- Par la méthode d'autocollimation trouve $f'_B = (20,08 ; 0,12) \text{ cm}$.

Pour vérifier la compatibilité des deux mesures (autocollimation et Bessel), on calcule le Z-score :

$$Z = \frac{|f'_a - f'_B|}{\sqrt{u^2(f'_a) + u^2(f'_B)}} = \frac{|20,30 - 20,08|}{\sqrt{0,81^2 + 0,12^2}} = \frac{0,22}{0,82} = 0,27$$

$Z < 2$, les deux mesures sont donc compatibles.

II.3 - Estimation graphique manuelle

1. On complète le tableau précédent en ajoutant une ligne $D^2 - d^2$:

| | | | | | |
|--------------------------------|------|------|------|-------|-------|
| D (cm) | 90 | 100 | 120 | 140 | 150 |
| $D^2 - d^2$ (cm ²) | 7247 | 8019 | 9708 | 11007 | 12218 |

On trace la courbe $D^2 - d^2 = f(D)$ et on cherche la droite de régression linéaire. À l'aide de la fonction DROITREG d'un tableur¹ on trouve l'équation de cette droite :

$$D^2 - d^2 = k D$$

avec $k = 80,33$ cm et $u(k) = 0,552$ cm. D'après les résultats précédents, on sait $k = 4f'$, on en déduit une nouvelle estimation de la focale $f' = 20,083$ cm et $u(f') = 0,137$ cm.

L'analyse par régression linéaire de la méthode de Bessel donne alors $f'_{Brg} = (20,08 ; 0,14)$ cm

Pour vérifier la compatibilité du modèle avec les mesures, il faut superposer les graphiques précédents, en y ajoutant des barres d'erreur sur les valeurs mesurées. Comme pour la méthode d'autocollimation, on va considérer que l'incertitude sur une mesure est constituée d'une incertitude-type de lecture u_{lec} et d'une incertitude-type de mise au point u_{map}

- (a) On peut, pour simplifier, considérer que la précision de lecture sur le banc est la même pour toutes les mesures, soit 1 graduation ou 1 mm. L'incertitude associée est alors $u_{lec} = \frac{1\text{mm}}{\sqrt{3}} = 0,577$ mm. Que ce soit pour D ou d , on effectue 2 mesures à chaque fois : position de la lanterne et de l'écran pour D et p_1 et p_2 pour d . On a donc au final $u_{D,lec} = u_{d,lec} = \sqrt{2} u_{lec} = 0,816$ mm.
- (b) On rajoute une incertitude de mise au point, qui ne sera appliquée que sur les mesurages de p_1 et p_2 . Cette incertitude est liée au fait qu'il est difficile d'évaluer précisément la netteté de l'image sur l'écran. En reprenant les valeurs extrêmes des positions de la lentille en gardant une image nette, on peut estimer que la précision est de 3 mm. On a alors $u_{p,map} = \frac{3\text{mm}}{\sqrt{3}} = 1,732$ mm et donc $u_{d,map} = \sqrt{2} u_{map} = 2,449$ mm.
- (c) En regroupant ces deux causes d'incertitudes, on trouve

$$u(D) = u_{D,lec} = 0,816 \text{ mm} \quad \text{et} \quad u(d) = \sqrt{u_{d,lec}^2 + u_{d,map}^2} = 2,582 \text{ mm}$$

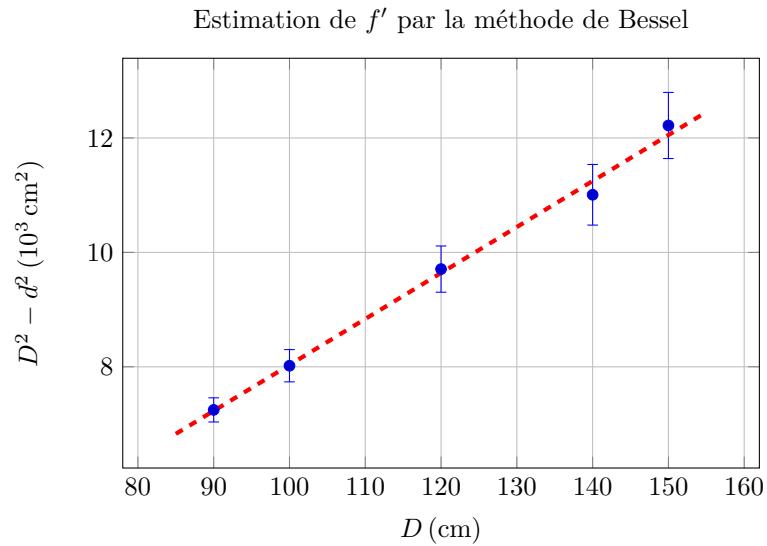
- (d) On fait maintenant un calcul de propagation des incertitudes pour obtenir l'incertitude sur $D^2 - d^2$:

$$u(D^2) = 2u(D)D \text{ et } u(d^2) = 2u(d)d. \text{ Et donc } u(D^2 - d^2) = \sqrt{(2u(D)D)^2 + (2u(d)d)^2}.$$

| | | | | | |
|--------------------------------|------|------|------|-------|-------|
| D (cm) | 90 | 100 | 120 | 140 | 150 |
| $D^2 - d^2$ (cm ²) | 7247 | 8019 | 9708 | 11007 | 12218 |
| $u(D^2 - d^2)$ (mm) | 211 | 282 | 404 | 530 | 578 |

On peut maintenant rajouter des barres d'erreur de $\pm 2 u(D^2 - d^2)$ sur le graphe :

1. La relation étant ici linéaire, il faut paramétriser DROITREG pour qu'il suppose l'ordonnée à l'origine nulle. Se reporter à l'aide du logiciel et aux documents de cours et de TD de Compétences transverses accessibles sur le site <http://physique.ptsi-dorian.net> pour les explications.



La droite de régression passant par toutes les barres d'incertitudes expérimentales, on peut conclure que le modèle est bien validé et que l'estimation de f' obtenue d'après celui-ci est recevable.